

13a)

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot -3 \\ r \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3r \\ 2r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1s \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4-3r \\ 5+2r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1s \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\leftrightarrow 4 - 3r = 1s \wedge 5 + 2r = 0 \leftrightarrow$$

$$4 = s + 3r$$

$$5 = 0 - 2r$$

1	3	4	G1
0	-2	5	G2
2	0	23	G3=3*G2+2G1
0	-2	5	G4=G2
1	0	11,5	G5=G3 /2
0	1	-2,5	G6=G4/-2

$$L = \{(11,5 ; -2,5)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - 2,5 \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = 11,5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4+7,5 \\ 5-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 11,5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (w)$$

13b)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 1 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r+1s \\ 1r+2s \end{pmatrix} \leftrightarrow 2 = 1r+1s \wedge 5 = 1r+2s \leftrightarrow$$

$$2 = 1r+1s$$

$$5 = 1r+2s$$

1	1	2	G1
1	2	5	G2
1	1	2	G3=G1
0	-1	-3	G4=G1-g2
1	0	-1	G5=G4+G3
0	-1	-3	G6= G4
1	0	-1	G7=G5/1
0	1	3	G8=G6/-1

$$L = \{(-1 ; 3)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+3 \\ -1+6 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (w)$$

13c)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot 3 \\ r \cdot 0 \\ r \cdot -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot 5 \\ s \cdot 1 \\ s \cdot 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3r \\ 0 \\ -1r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5s \\ 1s \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$1 + 3r = 5s \wedge 2 + 0 = 1s \wedge 3 - 1r = 0 \leftrightarrow r = 3 \wedge s = 2$$

$$L = \{(3; 2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1+9 \\ 2+0 \\ 3+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

13)d

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 1 \\ r \cdot 2 \\ r \cdot 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 2 \\ s \cdot 1 \\ s \cdot 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 2s \\ 2r + 1s \\ 5r \end{pmatrix}$$

$$\leftrightarrow 1 = 1r + 2s \wedge 6 = 2r + 1s \wedge 10 = 5r \leftrightarrow$$

$$1 = 1r + 2s$$

$$6 = 2r + 1s$$

$$2 = r$$

$$6 = 2 \cdot 2 + 1s \leftrightarrow 6 = 4 + 1s \leftrightarrow 2 = s$$

$$1 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \leftrightarrow 1 = 2 + 4 \leftrightarrow 1 = 6 \text{ (falsch)}$$

$$L = \{\}$$

14a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow 3 = 2r + 1s \wedge 4 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$3 = 2r + 1s$$

$$3 = 1r + 3s$$

2	1	3	G1
1	3	4	G2
2	1	3	G3=G1
0	-5	-5	G1=g1-2*G2
10	0	10	G5=G4+5*G3
0	-5	-5	G6=G4
1	0	1	G7=G5/10
0	1	1	G8=G4/(-5)

$$L = \{(1; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 1+3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (w)$$

14b)

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow 6 = 2r + 1s \wedge 8 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$6 = 2r + 1s$$

$$8 = 1r + 3s$$

2	1	6	G1
1	3	8	G2
2	1	6	G3=G1
0	-5	-10	G4=g1-2*G2
10	0	20	G5=G4+5*G3
0	-5	-10	G6=G4
1	0	2	G7=G5/10
0	1	2	G8=G6/(-5)

$$L = \{(2; 2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 2+6 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (w)$$

14c)

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow 5 = 2r + 1s \wedge 5 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$5 = 2r + 1s$$

$$5 = 1r + 3s$$

2	1	5	G1
1	3	5	G2
2	1	5	G3=G1
0	-5	-5	G4=G1-2*G2
10	0	20	G5=G4+5*G3
0	-5	-5	G6=G4
1	0	2	G7=G5/10
0	1	1	G8=G6/(-5)

$$L = \{(2 ; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+1 \\ 2+3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

14d)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 2r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$1 = 2r + 1s \wedge -2 = 2r + 3s \leftrightarrow$$

$$1 = 2r + 1s$$

$$-2 = 1r + 3s$$

2	1	1	G1
1	3	-2	G2
2	1	1	G3=G1
0	-5	5	G4=G1-2*G2
10	0	10	G5=G4+5*G4
0	-5	5	G5=G4
1		1	G7=G5/10
0	1	-1	G8=G6/(-5)

$$L = \{(1 ; -1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 1-3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

14e)

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$4 = 2r + s \wedge -3 = r + 3s \leftrightarrow$$

$$4 = 2r + 1s$$

$$-3 = 1r + 3s$$

2	1	4	G1
1	3	-3	G2
2	1	4	G3=G1
0	-5	10	G4=G1-2*G2
10	0	30	G5=G4+5*G3
0	-5	10	G6=G4
1	0	3	G7=G5/10
0	1	-2	G8=G6/-5

$$L = \{(3; -2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ 3-6 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14f)

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$-3 = 2r + 1s \wedge -4 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$-3 = 2r + 1s$$

$$-4 = 1r + 3s$$

2	1	-3	G1
1	3	-4	G2
2	1	-3	G3=G2
0	-5	5	G4=G1-2*G2
10	0	-10	G5=G4+5*G3
0	-5	5	G6=G4
1	0	-1	G7=G5/10
0	1	-1	G8=G6/-5

$$L = \{(1; -1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-1 \\ -1-3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14g)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$2 = 2r + 1s \wedge 6 = 1r + 3s \Leftrightarrow$$

$$2 = 2r + 1s$$

$$6 = 1r + 3s$$

2	1	2	G1
1	3	6	G2
2	1	2	G3=G1
0	-5	-10	G4=G1-2*G2
10	0	0	G5=G4+5*G3
0	-5	-10	g5=G4
1	0	0	G7=G5/10
0	1	2	G8=G6/-5

$$L = \{(0 ; 2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+2 \\ 0+6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14h)

$$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$-4 = 2r + 1s \wedge -2 = 1r + 3s \Leftrightarrow$$

$$-4 = 2r + 1s$$

$$-2 = 1r + 3s$$

2	1	-4	G1
1	3	-2	G2
2	1	-4	G3=G1
0	-5	0	G4=G1-2*G2
10	0	-20	g5=G4+5*G3
0	-5	0	G6=G4
1	0	-2	G7=G5/10
0	1	0	G8=G6/-5

$$L = \{(-2 ; 0)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4+0 \\ -2+0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14i)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \Leftrightarrow 0 = 2r + 1s \wedge 3 = 1r + 3s \Leftrightarrow$$

$$0 = 2r + 1s$$

$$3 = 1r + 3s$$

2	1	0	G1
1	3	3	G2
2	1	0	G3=G4
0	-5	-6	G4=G1-2*G2
10	0	-6	G5=G4+5*G3
0	-5	-6	G6=G4
1	0	-6/10	G7=G5/10
0	1	6/5	G8=G6/-5

$$L = \left\{ \left( -\frac{6}{10} ; \frac{6}{5} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = -\frac{6}{10} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{6}{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{12}{10} + \frac{6}{5} \\ -\frac{6}{10} + \frac{18}{5} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14j)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \Leftrightarrow 3 = 2r + 1s \wedge 0 = 1r + 3s \Leftrightarrow$$

$$3 = 2r + 1s$$

$$0 = 1r + 3s$$

2	1	3	G1
1	3	0	G2
2	1	3	G3=G1
0	-5	3	G4=G1-2*G2
10	0	18	G5=G4+5*G3
0	-5	3	G6=G4
1	0	18/10	G7=G5/10
0	1	-(3/5)	G8=G6/-5

$$L = \left\{ \left( \frac{9}{5} ; -\frac{3}{5} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{9}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{3}{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{18}{5} - \frac{3}{5} \\ \frac{9}{5} - \frac{9}{5} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

14k)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow 1 = 2r + 1s \wedge 1 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$1 = 2r + 1s$$

$$1 = 1r + 3s$$

2	1	1	G1
1	3	1	G2
2	1	1	G3=G1
0	-5	-1	G4=G1-2*G2
10	0	4	G5=G4+5*G3
0	-5	-1	G6=G4
1	0	4/10	G7=G5/10
0	1	1/5	G8=G6/-5

$$L = \left\{ \left( \frac{2}{5} ; \frac{1}{5} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$



14l)

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot 2 \\ r \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \cdot 1 \\ s \cdot 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 1s \\ 1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$-3 = 2r + 1s \wedge -3 = 1r + 3s \leftrightarrow$$

$$-3 = 2r + 1s$$

$$-3 = 1r + 3s$$

2	1	-3	G1
1	3	-3	G2
2	1	-3	G3=G1
0	-5	3	G4=G1-2*G2
10	0	-12	G5=G4+5*G3
0	-5	3	G6=G4
1	0	-(12/10)	G7=G5/10
0	1	-(3/5)	G8=G6/5

$$L = \left\{ \left( -\frac{6}{5}; -\frac{3}{5} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = -\frac{6}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{3}{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{12}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{6}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

15a)

Teil 1)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot r \\ 4 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \cdot s \\ 3 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3r - 1s \\ 4r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$2 = 3r - 1s \wedge -1 = 4r + 3s \leftrightarrow$$

$$2 = 3r - 1s$$

$$-1 = 4r + 3s$$

3	-1	2	G1
4	3	-1	G2
3	-1	2	G3=G1
0	-13	11	G4=4*G1-3*G2
-39	0	-15	G5=G4-13*G3
0	-13	11	G6=g4
1	0	(15/39)	G7=G5/-39
0	1	-(11/13)	G8=G6/-13

$$L = \left\{ \left( \frac{5}{13} ; -\frac{11}{13} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{5}{13} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \frac{11}{13} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{15}{13} + \frac{11}{13} \\ \frac{20}{13} - \frac{33}{13} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

Teil 2)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot r \\ -1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \cdot s \\ 3 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r - 1s \\ -1r + 3s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$3 = 2r - 1s \wedge -1r + 3s \leftrightarrow$$

$$3 = 2r - 1s$$

$$4 = -1r + 3s$$

2	-1	3	G1
-1	3	4	G2
2	-1	3	G3=G1
0	5	11	G4=G1+2*G2
10	0	26	G5=G4+5*G3
0	5	11	G6=G4
1	0	(26/10)	G7=G5/10
0	1	(11/5)	G8=G6/5

$$L = \left\{ \left( \frac{13}{5} ; \frac{11}{5} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{13}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{11}{5} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{26}{5} - \frac{11}{5} \\ -\frac{13}{5} + \frac{33}{5} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

Teil 3)

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot r \\ -1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot s \\ 4 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r + 3s \\ -1r + 4s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$-1 = 2r + 3s \wedge 3 = -1r + 4s \leftrightarrow$$

$$-1 = 2r + 3s$$

$$3 = -1r + 4s$$

2	3	-1	G1
-1	4	3	G2
2	3	-1	G3=g1
0	11	5	G4=G1+2*G2
-22	0	26	G5=3*G4-11*G3
0	11	5	G6=gG4
1	0	-(26/22)	G7=G5/-22
0	1	(5/11)	G8=G6/11

$$L = \left\{ \left( -\frac{13}{11} ; \frac{5}{11} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = -\frac{13}{11} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{5}{11} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{26}{11} + \frac{15}{11} \\ \frac{13}{11} + \frac{20}{11} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

15b)

Teil 1)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot r \\ 2 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \cdot s \\ -8 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3r - 2s \\ 2r - 8s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$1 = 3r - 2s \wedge -1 = 2r - 8s \leftrightarrow$$

$$1 = 3r - 2s$$

$$-1 = 2r - 8s$$

3	-2	1	G1
2	-8	-1	G2
3	-2	1	G3=G1
0	20	5	G4=2*G1-3*G2
30	0	15	G5=10*G3+G4
0	20	5	G6=G4
1	0	15/30	G7=G5/30
0	1	5/20	G8=G6/20

$$L = \left\{ \left( \frac{1}{2} ; \frac{1}{4} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} - \frac{2}{4} \\ \frac{2}{2} - \frac{8}{4} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

Teil 2)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \cdot r \\ -8 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2r + 1s \\ -8r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$3 = -2r + 1s \wedge 2 = -8r - 1s \leftrightarrow$$

$$3 = -2r + 1s$$

$$2 = -8r - 1s$$

-2	1	3	G1
-8	-1	2	G2
-2	1	3	G3=G1
0	5	10	G4=4*G1-G2
-10	0	5	G5=G4-5G3
0	5	10	G6=G4
1	0	-(5/10)	G7=G5/-10
0	1	10/5	G8=G6/5

$$L = \left\{ \left( -\frac{1}{2} ; 2 \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{2} + 2 \\ \frac{8}{2} - 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

15b)

Teil 3)

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ -1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot s \\ 2 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 3s \\ -1r + 2s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$3 = -2r + 1s \wedge 2 = -8r - 1s \leftrightarrow$$

$$-2 = 1r + 3s$$

$$-8 = -1r + 2s$$

1	3	-2	G1
-1	2	-8	G2
1	3	-2	G3=G1
0	5	-10	G4=G1+G2
-5	0	-20	G5=3G4-5G3
0	5	-10	G6=G4
1	0	(20/5)	G7=G5/5
0	1	-2	G8=G6/5

$$L = \{(4; -2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-6 \\ -4-4 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} \quad (w)$$

15c)

Teil 1)

$$\begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot r \\ 2 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \cdot s \\ -10 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3r - 3s \\ 2r - 10s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$1,5 = 3r - 3s \wedge -1 = 2r - 10s \leftrightarrow$$

$$1,5 = 3r - 3s$$

$$-1 = 2r - 10s$$

3	-3	1,5	G1
2	-10	-1	G2
3	-3	1,5	G3=G1
0	24	6	G4=2*G1-3*G2
24	0	18	G5=G4+8*G3
0	24	6	G6=G4
1	0	18/24	G7=G5/24
0	1	6/24	G8=G6/24

$$L = \left\{ \left( \frac{3}{4}; \frac{1}{4} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} - \frac{3}{4} \\ \frac{6}{4} - \frac{10}{4} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (w)$$



Teil 2)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \cdot r \\ -10 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,5 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3r + 1,5s \\ -10r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$3 = -3r + 1,5s \wedge 2 = -10r - 1s \leftrightarrow$$

$$3 = -3r + 1,5s$$

$$2 = -10r - 1s$$

-3	1,5	3	G1
-10	-1	2	G2
-3	1,5	3	G3=G1
0	18	24	G4=10*G1-3*G2
36	0	-12	G5=G4-12*G3
0	18	24	G6=G4
1	0	-12/36	G7=G5/36
0	1	24/18	G8=G6/18

$$L = \left\{ \left( -\frac{1}{3}; \frac{4}{3} \right) \right\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} + \frac{4}{3} \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{3} + \frac{6}{3} \\ \frac{10}{3} - \frac{4}{3} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

Teil 3)

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \cdot r \\ -1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot s \\ 2 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5r + 3s \\ -1r + 2s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$-3 = 1,5r + 3s \wedge -10 = -1r + 2s \leftrightarrow$$

$$-3 = 1,5r + 3s$$

$$-10 = -1r + 2s$$

1,5	3	-3	G1
-1	2	-10	G2
1,5	3	-3	G3=G1
0	6	-18	G4=G1+1,5*G2
-3	0	-12	G5=G4-2*G3
0	6	-18	G6=G4
1	0	-4	G7=G5/-3
0	1	-3	G8=G6/6

$$L = \{(4 ; -3)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-9 \\ -4-6 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

16a)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow 2 = 1r + 1s \wedge 0 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$2 = 1r + 1s$$

$$0 = 1r - 1s$$

1	1	2	G1
1	-1	0	G2
1	1	2	G3=G1
0	2	2	G4=G1-G2
2	0	2	G5=G4-2*G3
0	2	2	G6=G4
1	0	1	G7=G5/2
0	1	1	G8=G6/2

$$L = \{(1 ; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ 1-1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

16b)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$0 = 1r + 1s \wedge 2 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$0 = 1r + 1s$$

$$2 = 1r - 1s$$

1	1	0	G1
1	-1	2	G2
1	1	0	G3=G1
0	2	-2	G4=G1-G2
-2	0	-2	G5=G4-2*G3
0	2	-2	G6=G4
1	0	1	G7=G5/-2
0	1	-1	G8=G6/2

$$L = \{(1 ; -1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 \\ 1+1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (w)$$

16c)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow 3 = 1r + 1s \wedge 1 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$3 = 1r + 1s$$

$$1 = 1r - 1s$$

1	1	3	G1
1	-1	1	G2
1	1	3	G3=G1
0	2	2	G4=G1-G2
-2	0	-4	G5=G4-2*G3
0	2	2	G6=G4
1	0	2	G7=G5/-2
0	1	1	G8=G6/2

$$L = \{(2 ; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 2-1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (w)$$

16d)

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$-1 = 1r + 1s \wedge 3 = 1r - 1s \Leftrightarrow$$

$$-1 = 1r + 1s$$

$$3 = 1r - 1s$$

1	1	-1	G1
1	-1	3	G2
1	1	-1	G3=G1
0	2	-4	G4=G1-G2
-2	0	-2	G5=G4-2*G3
0	2	-4	G6=G4
1	0	1	G7=G5/-2
0	1	-2	G8=G6/2

$$L = \{(1 ; -2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 1+2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

16e)

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \Leftrightarrow 5 = 1r + 1s \wedge 1 = 1r - 1s \Leftrightarrow$$

$$5 = 1r + 1s$$

$$1 = 1r - 1s$$

1	1	5	G1
1	-1	1	G2
1	1	5	G3=G1
0	2	4	G4=G1-G2
-2	0	-6	G5=G4-2*G3
0	2	4	G6=G4
1	0	3	G7=G5/-2
0	1	2	G8=G6/2

$$L = \{(3 ; 2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 3-2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

16f)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$1 = 1r + 1s \wedge -5 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$1 = 1r + 1s$$

$$-5 = 1r - 1s$$

1	1	1	G1
1	-1	-5	G2
1	1	1	G3=G1
0	2	6	G4=G1-G2
-2	0	4	G5=G4-2*G3
0	2	6	G6=G4
1	0	-2	G7=G5/-2
0	1	3	G8=G6/2

$$L = \{(-2 ; 3)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+3 \\ -2-3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

16g)

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$6 = 1r + 1s \wedge 2 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$6 = 1r + 1s$$

$$2 = 1r - 1s$$

1	1	6	G1
1	-1	2	G2
1	1	6	G3=G1
0	2	4	G4=G1-G2
-2	0	-8	G5=G4-2*G3
0	2	4	G6=G4
1	0	4	G7=G5/-2
0	1	2	G8=G6/2

$$L = \{(4 ; 2)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 4-2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

16h)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 1 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ -1 \cdot s \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s \\ 1r - 1s \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$2 = 1r + 1s \wedge 2 = 1r - 1s \leftrightarrow$$

$$2 = 1r + 1s$$

$$2 = 1r - 1s$$

1	1	2	G1
1	-1	2	G2
1	1	2	G3=G1
0	2	0	G4=G1-G2
-2	0	-4	G5=G4-2*G3
0	2	0	G6=G4
1	0	2	G7=G5/-2
0	1	0	G8=G6/2

$$L = \{(2; 0)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 \\ 2-0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (w)$$

17a)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$2 = r + s + t \wedge 4 = s + t \wedge 1 = t \leftrightarrow$$

$$2 = 1r + 1s + 1t$$

$$4 = 1s + 1t$$

$$1 = t$$

$$4 = 1s + 1 \quad | -1$$

$$3 = s$$

$$2 = 1r + 3 + 1$$

$$2 = 1r + 4 \quad | -4$$

$$-2 = r$$

$$L = \{(-2; 3; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3+1 \\ 0+3+1 \\ 0+0+1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (w)$$

17b)

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$7 = r + s + t \wedge 5 = s + t \wedge 1 = t \leftrightarrow$$

$$7 = 1r + 1s + 1t$$

$$5 = 1s + 1t$$

$$1 = t$$

$$5 = s + 1 \quad | -1$$

$$4 = s$$

$$7 = r + 4 + 1$$

$$7 = r + 5 \quad | -5$$

$$2 = r$$

$$L = \{(2; 4; 1)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 4 + 1 \\ 0 + 4 + 1 \\ 0 + 0 + 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

17c)

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$-2 = r + s + t \wedge 5 = s + t \wedge 13 = t \leftrightarrow$$

$$-2 = 1r + 1s + 1t$$

$$5 = 1s + 1t$$

$$13 = 1t$$

$$5 = 1s + 13 \quad | -13$$

$$-8 = s$$

$$-2 = 1r - 8 + 13$$

$$-2 = 1r + 5 \quad | -5$$

$$-7 = r$$

$$L = \{(-7; -8; 13)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -7 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 8 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 13 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 - 8 + 13 \\ 0 - 8 + 13 \\ 0 + 0 + 13 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$



17d)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix}$$

$$0 = r + s + t \wedge 5 = s + t \wedge -5 = t \leftrightarrow$$

$$0 = 1r + 1s + 1t$$

$$5 = 1s + 1t$$

$$-5 = t$$

$$5 = 1s - 5 \quad | +5$$

$$10 = s$$

$$0 = 1r + 10 - 5$$

$$0 = 1r + 5 \quad | -5$$

$$-5 = r$$

$$L = \{(-5 ; 10 ; -5)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = -5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 10 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 + 10 - 5 \\ 0 + 10 - 5 \\ 0 + 0 - 5 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (w)$$

17e)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$0 = r + s + t \wedge 0 = s + t \wedge 0 = t \leftrightarrow$$

$$0 = 1r + 1s + 1t$$

$$0 = 1s + 1t$$

$$0 = t$$

$$0 = 1s + 0$$

$$0 = s$$

$$0 = 1r + 0 + 0$$

$$0 = r$$

$$L = \{(0 ; 0 ; 0)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+0+0 \\ 0+0+0 \\ 0+0+0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (w)}$$

17f)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$3 = r + s + t \wedge 9 = s + t \wedge 12 = t \Leftrightarrow$$

$$3 = 1r + 1s + 1t$$

$$9 = 1s + 1t$$

$$12 = t$$

$$9 = 1s + 12 \quad | -12$$

$$-3 = s$$

$$3 = 1r - 3 + 12$$

$$3 = 1r + 9 \quad | -9$$

$$-6 = r$$

$$L = \{(-6; -3; 12)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = -6 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 12 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - 3 + 12 \\ 0 - 3 + 12 \\ 0 + 0 + 12 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

17g)

$$\begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$17 = r + s + t \wedge 12 = s + t \wedge -11 = t \leftrightarrow$$

$$17 = 1r + 1s + 1t$$

$$12 = 1s + 1t$$

$$-11 = t$$

$$12 = 1s - 11 \quad | +11$$

$$23 = s$$

$$17 = 1r + 23 - 11$$

$$17 = 1r + 12 \quad | -12$$

$$5 = r$$

$$L = \{(5; 23; -11)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 23 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 11 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 23 - 11 \\ 0 + 23 - 11 \\ 0 + 0 - 11 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -11 \end{pmatrix} \quad (w)$$

17h)

$$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot r \\ 0 \cdot r \\ 0 \cdot r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot s \\ 1 \cdot s \\ 0 \cdot s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \\ 1 \cdot t \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r + 1s + 1t \\ 1s + 1t \\ 1t \end{pmatrix} \leftrightarrow$$

$$20 = r + s + t \wedge 30 = s + t \wedge 45 = t \leftrightarrow$$

$$20 = 1r + 1s + 1t$$

$$30 = 1s + 1t$$

$$45 = t$$

$$30 = 1s + 45 \quad | -45$$

$$-15 = s$$

$$20 = 1r - 15 + 45$$

$$20 = 1r + 30 \quad | -30$$

$$-10 = r$$

$$L = \{(-10 ; -15 ; 45)\}$$

Probe:

$$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = -10 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 15 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 45 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 - 15 + 45 \\ 0 - 15 + 45 \\ 0 + 0 + 45 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} \quad (\text{w})$$

18)

$$\vec{MA} = -0,5 \vec{b} - 0,5 \vec{a}$$

$$\vec{MB} = 0,5 \vec{a} - 0,5 \vec{b}$$

$$\vec{MC} = 0,5 \vec{a} + 0,5 \vec{b}$$

$$\vec{MD} = -0,5 \vec{a} + 0,5 \vec{b}$$

19)

$$\vec{AM}_a = \frac{1}{2} \vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v}$$

$$\vec{BM}_b = -\vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v}$$

$$\vec{CM}_c = -\vec{v} + \frac{1}{2} \vec{u}$$

20)

$$\vec{BC} = -\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{BD} = -\vec{b} + \vec{d}$$

$$\vec{CD} = -\vec{c} + \vec{d}$$

21)

$$\vec{AB} = -\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{BC} = -\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{SD} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{CD} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{AD} = \vec{BC} = -\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{DA} = -\vec{AD} = -(-\vec{b} + \vec{c}) = \vec{b} - \vec{c}$$

22)

$$\vec{AM}_1 = 0,5\vec{a} + 0,5\vec{b}$$

$$\vec{AM}_2 = \vec{a} + 0,5\vec{b} + 0,5\vec{c}$$

$$\vec{AM}_3 = \vec{b} + 0,5\vec{a} + 0,5\vec{c}$$

23)

$$\vec{OD} = \vec{b} + \vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{AD} = \vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{BD} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{CD} = \vec{b} + \vec{a}$$