ÜBUNGSAUFGABEN 1 MATHEMATIK 2 MESK 2BKI1

2) Vereinfache die Ausdrücke $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{a} + 2\vec{b}$ und $5\vec{x} + 2\vec{y} - 3\vec{x} - 6\vec{y} - 2\vec{x} + 4\vec{y}$

3) Stelle den Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dar.

4) Vereinfache:

a) $7\vec{a} + 2\vec{a}$ b) $6\vec{x} - \vec{x} + 3\vec{x}$ c) $6\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{a} + 3\vec{b}$

d) $8\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{u} - 4\vec{v}$ e) $4{,}5\vec{a} - 3\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ f) $\vec{x} + 3\vec{y} - 4\vec{z} + 2\vec{x} - \vec{z} + 5\vec{y}$

5) Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich:

a) $2(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{a}$ b) $-3(\vec{x} + \vec{y})$ c) $-(\vec{u} - \vec{v})$

d) $-(-\vec{a} - \vec{b})$ e) $3(2\vec{a} + 4\vec{b})$ f) $-4(\vec{a} - \vec{b}) - \vec{b} + \vec{a}$

g) $3(\vec{a} + 2(\vec{a} + \vec{b}))$ h) $6(\vec{a} - \vec{b}) + 4(\vec{a} + \vec{b})$ i) $7\vec{u} + 5(\vec{u} - 2(\vec{u} + \vec{v}))$

6) Berechne die Koordinaten des folgenden Vektors:

a) $7\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ b) $(-3)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix}$ c) $(-5)\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ e) $(-\frac{3}{4})\begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix}$ f) $0\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

7) Schreibe folgende Vektoren als Vielfaches eines Vektors mit ganzzahligen Koordinaten.

a) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 5 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} \frac{7}{9} \\ \frac{5}{18} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 12 \\ -\frac{5}{6} \\ -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} \frac{3}{11} \\ -\frac{5}{22} \\ \frac{7}{33} \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}3 \\ 0{,}4 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 1{,}4 \\ 1{,}6 \\ -1{,}2 \end{pmatrix}$ i) $\begin{pmatrix} 0{,}0025 \\ 0{,}005 \\ 0{,}0010 \end{pmatrix}$ j) $\begin{pmatrix} -0{,}01 \\ 0{,}09 \\ -0{,}001 \end{pmatrix}$ k) $\begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}03 \\ 0{,}003 \end{pmatrix}$ l) $\begin{pmatrix} 10{,}3 \\ 12{,}5 \\ 21{,}7 \end{pmatrix}$

8) Berechne:

a) $2\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $3\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $3\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

e) $3\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ f) $4\begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0{,}8 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ g) $2\begin{pmatrix} -2 \\ -3{,}5 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 2 \\ 3{,}5 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

h) $4\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 0{,}5\\ \frac{2}{5}\end{pmatrix}+6\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ -0{,}3\\ 0{,}2\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1\\ 1\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ i) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4\\ 2\\ -1\end{pmatrix}-\frac{1}{4}\begin{pmatrix}6\\ 9\\ 5\end{pmatrix}+\frac{3}{4}\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$ j) $0{,}2\begin{pmatrix}1\\ 5\\ 7\end{pmatrix}+1{,}3\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 9\end{pmatrix}-0{,}5\begin{pmatrix}7\\ 3\\ 6\end{pmatrix}$

9)

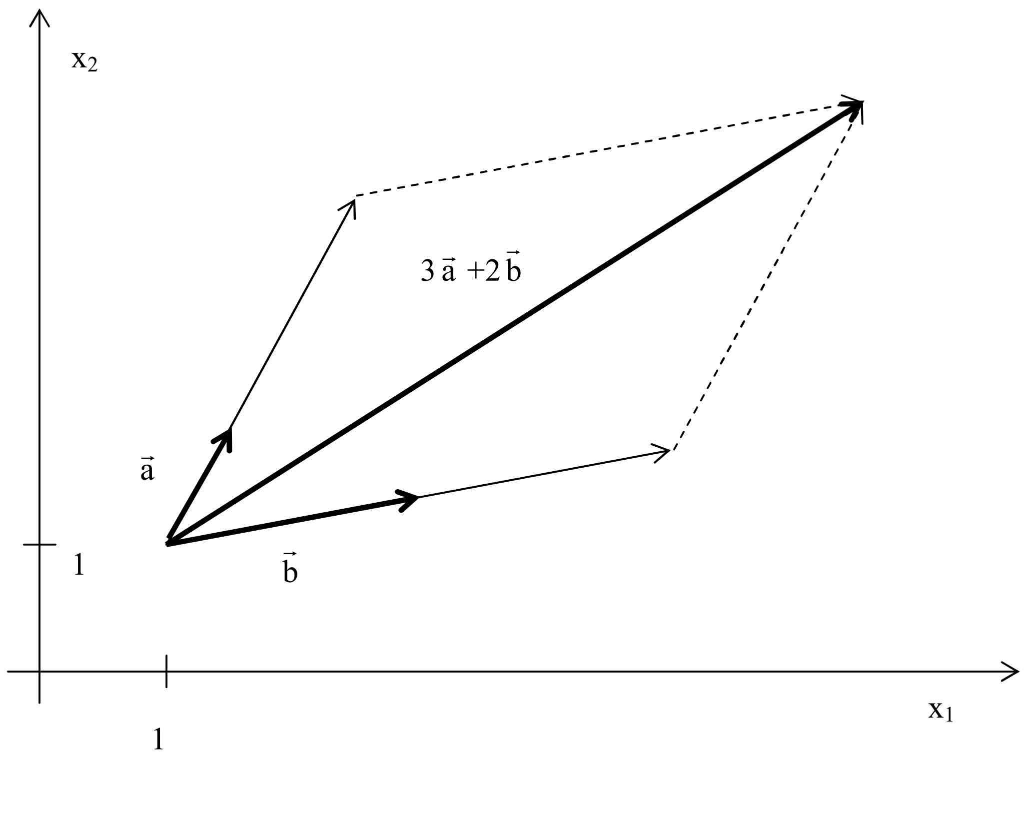
Löse für $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\ -3\\ 2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\ 5\\ -7\end{pmatrix}$ die Gleichung

a) $4\vec{a}-\vec{x}=3\vec{b}$ b) $3\vec{a}+2\vec{x}=2\vec{b}-\vec{a}$

10) Für Vektoren der Ebene kann man Linearkombinationen auch zeichnerisch bestimmen (siehe Figur unten). Zeichne und rechne.

a) $2\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}2\\ 0\end{pmatrix}$ b) $4\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1\\ 3\end{pmatrix}$ c) $3\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1\\ -3\end{pmatrix}$

d) $\frac{3}{2}\begin{pmatrix}4\\ 3\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\begin{pmatrix}6\\ 5\end{pmatrix}$ e) $-\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}$ f) $0{,}5\begin{pmatrix}3\\ 7\end{pmatrix}-1{,}5\begin{pmatrix}9\\ 2\end{pmatrix}$.



11) In Fig. 18.1 sind Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ gegeben. Lies ihre Koordinaten ab und bestimme zeichnerisch und rechnerisch die folgenden Linearkombinationen:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $\vec{b} - \vec{a}$ c) $\vec{a} + 2\vec{b}$ d) $\vec{b} - 2\vec{a}$ e) $3\vec{c} - 4\vec{d}$ f) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

g) $2\vec{a} - 2\vec{c} + 2\vec{d}$ h) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ i) $0{,}5\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + 2\vec{d}$ j) $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c} - 4\vec{d}$

12) Bestimme, falls möglich, eine reelle Zahl x so, dass folgende Beziehung gilt:

a) $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 17 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$

i) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$ j) $\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x \\ 2x \\ 3x \end{pmatrix}$ k) $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} - x\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

13) Bestimme, falls möglich, reelle Zahlen r und s so, dass folgende Beziehung gilt:

a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -3 \\ +2 \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} +3 \\ +0 \\ -1 \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

14) Stelle zeichnerisch und rechnerisch den gegebenen Vektor als Linearkombination von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ dar (Fig. 18.2).

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} +1 \\ -2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} +4 \\ -3 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

i) $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ j) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ k) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ l) $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

15) Stelle jeden der drei Vektoren als Linearkombination der beiden anderen dar:

a) $\begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ +3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1.5 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -10 \end{pmatrix}$

16) Stelle zeichnerisch und rechnerisch den gegebenen Vektor als Linearkombination der beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dar.

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 \\ +3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} +1 \\ -5 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

17) Stelle den gegebenen Vektor als Linearkombination der Vektoren $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ dar.

a) $\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}7\\5\\1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}-2\\+4\\13\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}+0\\+5\\-5\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}3\\9\\12\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}+17\\+12\\-11\end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix}20\\30\\45\end{pmatrix}$

18)
Die Aufgaben 18) bis 23) sind hier noch nicht dargestellt (Zeichnungen), aber die Lösugen dafür existieren in dieser Datei.

Lösungen

2a)

$$2\vec{a}+3\vec{b}-4\vec{a}+2\vec{b}=-2\vec{a}+5\vec{b}$$

2b)

$$5\vec{x}+2\vec{y}-3\vec{x}-6\vec{y}-2\vec{x}+4\vec{y}=\vec{0}$$

3)

$$\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}=u_1\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}+u_2\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+u_3\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1\cdot 2\\u_1\cdot 0\\u_1\cdot 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}u_2\cdot 0\\u_2\cdot 1\\u_2\cdot 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}u_3\cdot 0\\u_3\cdot 1\\u_3\cdot 1\end{pmatrix}\leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1\cdot 2+u_2\cdot 0+u_3\cdot 0\\u_1\cdot 0+u_2\cdot 1+u_3\cdot 1\\u_1\cdot 0+u_2\cdot 0+u_3\cdot 1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2u_1\\u_2+u_3\\u_3\end{pmatrix}\leftrightarrow 2=2u_1\ \wedge -3=u_2+u_3\wedge 1=u_3\leftrightarrow$$

$2 = 2u_1$
$-3 = 2u_2+2u_3$ Lineares Gleichungssystem
$1 = u_3$

Lösen des LGS durch Gausschen Algorithmus:

2	0	0	2	G1	4
0	1	1	-3	G2	1
0	0	1	1	G3	2
2	0	0	2	G4=0*G3+G1	
0	1	0	-4	G5=-G3+G2	
0	0	1	1	G6=G3	
1	0	0	1	G7=G4/2	
0	1	0	-4	G8=G5	
0	0	1	1	G9=G6	

L = {(1;-4;1)}

Damit:

$$\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}=1\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+1\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

4)

a) $7\vec{a}+2\vec{a}=9\vec{a}$

b) $6\vec{x}-\vec{x}+3\vec{x}=8\vec{x}$

c) $6\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{a}+3\vec{b}=10\vec{a}$

d) $8\vec{u}-3\vec{v}+\vec{u}-4\vec{u}=9\vec{u}-7\vec{v}$

e) $4{,}5\vec{a}-3\vec{b}+1/2\vec{a}-\vec{b}=5\vec{a}-4\vec{b}$

f) $\vec{x}+3\vec{y}-4\vec{z}+2\vec{x}-\vec{z}+5\vec{y}=3\vec{x}+8\vec{y}-5\vec{z}$

5)

a)

$$2(\vec{a}+\vec{b})+\vec{a}$$
$$=2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{a}$$
$$=3\vec{a}+2\vec{b}$$

b) $-3(\vec{x}+\vec{y})=-3\vec{x}-3\vec{y}$

c) $-(\vec{u}-\vec{v})=\vec{v}-\vec{u}$

d) $-(-\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}+\vec{b}$

e) $3(2\vec{a}+4\vec{b})=6\vec{a}+12\vec{b}$

f)

$$-4(\vec{a}-\vec{b})-\vec{b}+\vec{a}$$
$$=-4\vec{a}+4\vec{b}-\vec{b}+\vec{a}$$
$$=-3\vec{a}+3\vec{b}$$

g)

$$3(\vec{a}+2(\vec{a}+\vec{b}))$$
$$=3(\vec{a}+2\vec{a}+2\vec{b})$$
$$=3(3\vec{a}+2\vec{b})$$
$$=9\vec{a}+6\vec{b}$$

h)

$$6(\vec{a}-\vec{b})+4(\vec{a}+\vec{b})$$
$$=6\vec{a}-6\vec{b}+4\vec{a}+4\vec{b}$$
$$=10\vec{a}-2\vec{b}$$

i)

$$7\vec{u}+5(\vec{u}-2(\vec{u}+\vec{v}))$$
$$=7\vec{u}+5(\vec{u}-2\vec{u}-2\vec{v})$$
$$=7\vec{u}+5(-\vec{u}-2\vec{v})$$
$$=7\vec{u}-5\vec{u}-10\vec{v}$$
$$=2\vec{u}-10\vec{v}$$

6)

a)

$$7\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\cdot1\\7\cdot2\\7\cdot5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\14\\35\end{pmatrix}$$

b)

$$(-3)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-3)\cdot1\\(-3)\cdot0\\(-3)\cdot11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\0\\-33\end{pmatrix}$$

c)

$$(-5)\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-5)\cdot(-2)\\(-5)\cdot1\\(-5)\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\-5\\5\end{pmatrix}$$

d)

$$\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\6\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\cdot4\\\frac{1}{2}\cdot6\\\frac{1}{2}\cdot8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$$

e)

$$(-\frac{3}{4})\cdot\begin{pmatrix}10\\11\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-\frac{3}{4})\cdot10\\(-\frac{3}{4})\cdot11\\(-\frac{3}{4})\cdot12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7{,}5\\-8{,}25\\-9\end{pmatrix}$$

f)

$$0\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\cdot1\\0\cdot2\\0\cdot3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

7)

a)

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{4}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 5 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \cdot 10 \cdot \frac{1}{10} = \begin{pmatrix} 50 \\ 4 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{10}$$

c)

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} \cdot 70 \cdot \frac{1}{70} = \begin{pmatrix} -30 \\ 35 \\ 56 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{70}$$

d)

$$\begin{pmatrix} \frac{7}{9} \\ \frac{5}{18} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{9} \\ \frac{5}{18} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \cdot 18 \cdot \frac{1}{18} = \begin{pmatrix} 14 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{18}$$

e)

$$\begin{pmatrix} 12 \\ -\frac{5}{6} \\ -\frac{1}{8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -\frac{5}{6} \\ -\frac{1}{8} \end{pmatrix} \cdot 24 \cdot \frac{1}{24} = \begin{pmatrix} 288 \\ -20 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{24}$$

f)

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{11} \\ -\frac{5}{22} \\ \frac{7}{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{11} \\ -\frac{5}{22} \\ \frac{7}{33} \end{pmatrix} \cdot 66 \cdot \frac{1}{66} = \begin{pmatrix} 18 \\ -15 \\ 14 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{66}$$

g)

$$\begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}3 \\ 0{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}3 \\ 0{,}4 \end{pmatrix} \cdot 10 \cdot \frac{1}{10} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{10}$$

h)

$$\begin{pmatrix} 1{,}4 \\ 1{,}6 \\ -1{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}4 \\ 1{,}6 \\ -1{,}2 \end{pmatrix} \cdot 10 \cdot \frac{1}{10} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ -12 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{10}$$

i)

$$\begin{pmatrix} 0{,}0025 \\ 0{,}005 \\ 0{,}0010 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}0025 \\ 0{,}005 \\ 0{,}0010 \end{pmatrix} \cdot 10000 \cdot \frac{1}{10000} = \begin{pmatrix} 25 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{10000}$$

j)

$$\begin{pmatrix} -0{,}01 \\ 0{,}09 \\ -0{,}001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}01 \\ 0{,}09 \\ -0{,}001 \end{pmatrix} \cdot 1000 \cdot \frac{1}{1000} = \begin{pmatrix} -10 \\ 90 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1000}$$

k)

$$\begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}03 \\ 0{,}003 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}03 \\ 0{,}003 \end{pmatrix} \cdot 1000 \cdot \frac{1}{1000} = \begin{pmatrix} 300 \\ 30 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1000}$$

l)

$$\begin{pmatrix} 10{,}3 \\ 12{,}5 \\ 21{,}7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10{,}3 \\ 12{,}5 \\ 21{,}7 \end{pmatrix} \cdot 10 \cdot \frac{1}{10} = \begin{pmatrix} 103 \\ 125 \\ 217 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{10}$$

8)

a)

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot (-2) \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

b)

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \cdot 4 \\ 7 \cdot (-2) \\ 7 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 28 \\ -14 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

c)

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \cdot 4 \\ 7 \cdot 2 \\ 7 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 28 \\ 14 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ -10 \end{pmatrix}$$

d)

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (-1) \cdot 0 \\ (-1) \cdot 2 \\ (-1) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

e)

$$3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (-2) \cdot (-2) \\ (-2) \cdot 4 \\ (-2) \cdot 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 16 \\ 10 \end{pmatrix}$$

f)

$$4\cdot\begin{pmatrix}0{,}5\\3\\1\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1\\6\\2\end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix}0{,}8\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot 0{,}5\\4\cdot 3\\4\cdot 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot 6\\2\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\cdot 0{,}8\\3\cdot 2\\3\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\12\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\12\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2{,}4\\6\\9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6{,}4\\30\\17\end{pmatrix}$$

g)

$$2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-3{,}5\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix}2\\3{,}5\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot(-2)\\2\cdot(-3{,}5)\\2\cdot\frac{1}{2}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\cdot 2\\4\cdot(-1)\\4\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\cdot 2\\3\cdot 3{,}5\\3\cdot(-\frac{1}{2})\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-4\\-7\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\-4\\8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\10{,}5\\-1{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\-0{,}5\\7{,}5\end{pmatrix}$$

h)

$$4\cdot\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0{,}5\\\frac{2}{5}\end{pmatrix}+6\cdot\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-0{,}3\\0{,}2\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot\frac{1}{2}\\4\cdot 0{,}5\\4\cdot\frac{2}{5}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\cdot\frac{1}{3}\\6\cdot(-0{,}3)\\6\cdot 0{,}2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-2)\cdot 1\\(-2)\cdot 1\\(-2)\cdot\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2\\2\\1{,}6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-1{,}8\\1{,}2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1{,}8\\1{,}8\end{pmatrix}$$

i)

$$\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\2\\-1\end{pmatrix}-\frac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix}6\\9\\5\end{pmatrix}+\frac{3}{4}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\cdot 4\\\frac{1}{2}\cdot 2\\\frac{1}{2}\cdot(-1)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-\frac{1}{4})\cdot 6\\(-\frac{1}{4})\cdot 9\\(-\frac{1}{4})\cdot 5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\cdot 1\\\frac{3}{4}\cdot 1\\\frac{3}{4}\cdot 1\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}2\\1\\-0{,}5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1{,}5\\-2{,}25\\-1{,}25\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}75\\0{,}75\\0{,}75\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}25\\-0{,}5\\-1\end{pmatrix}$$

j)

$$0{,}2\cdot\begin{pmatrix}1\\5\\7\end{pmatrix}+1{,}3\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\9\end{pmatrix}-0{,}5\cdot\begin{pmatrix}7\\3\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}2\cdot 1\\0{,}2\cdot 5\\0{,}2\cdot 7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1{,}3\cdot 2\\1{,}3\cdot(-1)\\1{,}3\cdot 9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-0{,}5)\cdot 7\\(-0{,}5)\cdot 3\\(-0{,}5)\cdot 6\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0{,}2\\1\\1{,}4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2{,}6\\-1{,}3\\11{,}7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3{,}5\\-1{,}5\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0{,}7\\-1{,}8\\10{,}1\end{pmatrix}$$

9)

a)

$4\vec{a}-\vec{x}=3\vec{b} \qquad |-4\vec{a}$

$-\vec{x}=3\vec{b}-4\vec{a} \qquad |\cdot(-1)$

$\vec{x}=-3\vec{b}+4\vec{a}$

eingesetzt:

$$\vec{x}=(-3)\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\-7\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-3)\cdot 4\\(-3)\cdot 5\\(-3)\cdot(-7)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\cdot 1\\4\cdot(-3)\\4\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12\\-15\\21\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\-12\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12+4\\-15-12\\21+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\-27\\29\end{pmatrix}$$

b)

$3\vec{a}+2\vec{x}=2\vec{b}-\vec{a} \qquad |-3\vec{a}$

$2\vec{x}=2\vec{b}-4\vec{a} \qquad |:2$

$\vec{x}=\dfrac{2\vec{b}-4\vec{a}}{2}=\dfrac{2(\vec{b}-2\vec{a})}{2}=\vec{b}-2\vec{a}$

eingesetzt:

$$\vec{x}=(-2)\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\5\\-7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-2)\cdot 1\\(-2)\cdot(-3)\\(-2)\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\5\\-7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\6\\-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\5\\-7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\11\\-11\end{pmatrix}$$

10)

a)

$$2\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\cdot 2\\3\cdot 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+6\\4+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$$

b)

$$4\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot 1\\4\cdot 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-2)\cdot 1\\(-2)\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$$

c)

$$3\cdot\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot(-1)\\3\cdot(-2)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-12\end{pmatrix}$$

d)

$$\frac{3}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\cdot 4\\\frac{3}{2}\cdot 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\cdot 6\\\frac{1}{2}\cdot 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4{,}5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\2{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\7\end{pmatrix}$$

e)

$$-\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\cdot 1\\4\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$$

f)

$$0{,}5\cdot\begin{pmatrix}3\\7\end{pmatrix}-1{,}5\cdot\begin{pmatrix}9\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}5\cdot 3\\0{,}5\cdot 7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-1{,}5)\cdot 9\\(-1{,}5)\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}5\\3{,}5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-13{,}5\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12\\0{,}5\end{pmatrix}$$

11)

Bei allen Aufgaben gilt: $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$; $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$; $\vec{c}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$; $\vec{d}=\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

a)

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

b)

$$\vec{b}-\vec{a}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$$

c)

$$\vec{a}+2\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\cdot(-2)\\2\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

d)

$$\vec{b}-2\vec{a}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-2)\cdot 4\\(-2)\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-8\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\-3\end{pmatrix}$$

e)

$$3\vec{c}-4\vec{d}=3\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot(-2)\\3\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-4)\cdot 1\\(-4)\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\18\end{pmatrix}$$

f)

$$\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-1)\cdot(-2)\\(-1)\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$$

g)

$$2\vec{a}-2\vec{c}+2\vec{d}=2\cdot\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 4\\2\cdot 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-2)\cdot(-2)\\(-2)\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot(-3)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\-8\end{pmatrix}$$

h)

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

i)

$$0{,}5\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}+2\vec{d}=0{,}5\cdot\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0{,}5\cdot 4\\0{,}5\cdot 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-1)\cdot(-2)\\(-1)\cdot(-1)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0{,}5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2{,}5\end{pmatrix}$$

j)

$$\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{c}-4\vec{d}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-2)\cdot(-2)\\(-2)\cdot(-1)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\cdot(-2)\\3\cdot 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}(-4)\cdot 1\\(-4)\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\21\end{pmatrix}$$

alternative Lösung:

$$\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{c}-4\vec{d}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\cdot(-2)\\2\cdot(-1)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\cdot(-2)\\3\cdot 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\cdot 1\\4\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\-12\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}4-(-4)+(-6)-4\\1-(-2)+6-(-12)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+4-6-4\\1+2+6+12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\21\end{pmatrix}$$

12)

a)

$$\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 2\\x\cdot 1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x\\1x\end{pmatrix}\leftrightarrow 8=2x\wedge 4=x\leftrightarrow 4=x\wedge 4=x\leftrightarrow 4=x$$

L={4}

b)

$$\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 2\\x\cdot 0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x\\0\end{pmatrix}\leftrightarrow 3=2x\wedge 0=0\leftrightarrow 3=2x\leftrightarrow 1{,}5=x$$

L={}

c)

$$\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 2\\x\cdot 5\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x\\5x\end{pmatrix}\leftrightarrow 3=2x\wedge 1=5x\leftrightarrow \frac{3}{2}=x\wedge\frac{1}{5}=x$$

L={}

d)

$$\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 1\\x\cdot 1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1x\\1x\end{pmatrix}\leftrightarrow 2=x\wedge 3=x$$

L={}

e)

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}-2\\-4\\-6\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot(-2)\\x\cdot(-4)\\x\cdot(-6)\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2x\\-4x\\-6x\end{pmatrix}\leftrightarrow 1=-2x\wedge 2=-4x\wedge 3=-6x$$

$$\leftrightarrow -\frac{1}{2}=x\wedge-\frac{1}{2}=x\wedge-\frac{1}{2}=x\leftrightarrow-\frac{1}{2}=x$$

L={$-\frac{1}{2}$}

f)

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}17\\0\\13\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 17\\x\cdot 0\\x\cdot 13\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}17x\\0\\13x\end{pmatrix}\leftrightarrow 1=17x\wedge 1=0\wedge 1=13x$$

$$\leftrightarrow\frac{1}{17}=x\wedge 1=0\wedge\frac{1}{13}=x$$

L= {}

g)

$$\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}=x\cdot\begin{pmatrix}0{,}1\\0{,}2\\0{,}3\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\cdot 0{,}1\\x\cdot 0{,}2\\x\cdot 0{,}3\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}1x\\0{,}2x\\0{,}3x\end{pmatrix}\leftrightarrow 2=0{,}1x\wedge 4=0{,}2x\wedge 6=0{,}3x$$

$$\leftrightarrow 20=x\wedge 20=x\wedge 20=x\leftrightarrow 20=x$$

L={20}

h)

$$\begin{pmatrix}3\\7\\8\end{pmatrix} = x\cdot\begin{pmatrix}2\\5\\9\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}3\\7\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\cdot 2\\x\cdot 5\\x\cdot 9\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}3\\7\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x\\5x\\9x\end{pmatrix} \leftrightarrow 3 = 2x \wedge 7 = 5x \wedge 8 = 9x$$

$$\leftrightarrow \frac{3}{2} = x \wedge \frac{7}{5} = x \wedge \frac{8}{9} = x$$

L={}

i)

$$\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} = 2\cdot\begin{pmatrix}1\\x\\2\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\cdot 1\\2\cdot x\\2\cdot 2\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2x\\4\end{pmatrix} \leftrightarrow 2 = 2 \wedge 3 = 2x \wedge 4 = 4$$

$$\leftrightarrow 2 = 2 \wedge \frac{3}{2} = x \wedge 4 = 4$$

L={ $\frac{3}{2}$ }

j)

$$\begin{pmatrix}9\\12\\15\end{pmatrix} = 3\cdot\begin{pmatrix}x\\2x\\3x\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}9\\12\\15\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\cdot x\\3\cdot 2x\\3\cdot 3x\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}9\\12\\15\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3x\\6x\\9x\end{pmatrix} \leftrightarrow 9 = 3x \wedge 12 = 6x \wedge 15 = 9x$$

$$\leftrightarrow 3 = x \wedge 2 = x \wedge \frac{5}{3} = x$$

L={}

k)

$$\begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = \mathrm{x}\cdot\begin{pmatrix}9\\7\\4\end{pmatrix} - \mathrm{x}\cdot\begin{pmatrix}5\\7\\-1\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = x\left(\begin{pmatrix}9\\7\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\7\\-1\end{pmatrix}\right) \leftrightarrow \begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = x\left(\begin{pmatrix}9-5\\7-7\\4-(-1)\end{pmatrix}\right) \leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = x\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\5\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\cdot 4\\x\cdot 0\\x\cdot 5\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix}8\\0\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4x\\0\\5x\end{pmatrix} \leftrightarrow \ 8 = 4\mathrm{x} \ \wedge 0 = 0 \wedge 10 = 5\mathrm{x} \leftrightarrow$$

$\mathrm{x} = 2 \wedge 0 = 0 \wedge \mathrm{x} = 2 \leftrightarrow \mathrm{x} = 2$

L={2}