

1 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BK11

1)

Runden Sie die Ergebnisse auf eine Stellen hinter dem Komma.

Überprüfen Sie die Ergebnisse mit dem Taschenrechner !!

Für welche Winkel x zwischen -3π und 2π gilt:

a) $\sin x = 0,2079$

b) $\sin x = -0,3255$

c) $\sin x = \frac{3}{2}$

d) $\cos x = 0,2923$

e) $\cos x = -0,766$

f) $\cos x = -2$

g) $\tan x = 19,0811$

h) $\tan x = -5,6712$

i) $\tan x = \frac{\pi}{2}$

Überlegen Sie sich selbst weitere Aufgaben !

2)

Um welchen Wert y_0 muss die Sinuskurve der Form $y = a \sin(kx)$ jeweils in y -Richtung und minimal um x_0 nach rechts bzw. links in x -Richtung verschoben werden, so dass die verschobene Kurve jeweils die folgende Funktionsgleichung (siehe unten) besitzt ?

Bestimmen Sie außerdem die Amplitude und Periode dieser Funktionen.

Bestimmen Sie zusätzlich noch 3 benachbarte Wendepunkte und die Hoch- und Tiefpunkte, die zwischen ihnen liegen. Alle Wendepunkte müssen positive x -Koordinaten haben, wobei der erste Wendepunkt möglichst nahe an $O(0|0)$ liegen muß.

Die Ergebnisse müssen exakt angegeben werden (also z.B. π und nicht 3,14)

Skizzieren Sie die Schaubilder dieser Funktionen.

Überprüfen Sie die Ergebnisse mit dem Taschenrechner !!

a) $f_1(x) = -2 \cdot \sin\left(-\frac{3}{2}\pi - 2x\right) + 1$

b) $f_2(x) = 3 \cdot \sin(4\pi - 6\pi x) - 2$

c) $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(-\frac{7}{4}\pi - \frac{3}{2}x\right) + 3$

d) $f_4(x) = \frac{5}{2} \cdot \sin(10\pi + 20x) - 4$

Überlegen Sie sich selbst weitere Aufgaben !

Lösungen

a) $\sin x = 0,2079$

$$x_1 \approx 12^\circ$$

$$x_2 \approx 180^\circ - 12^\circ = 168^\circ$$

$$x_3 \approx -180^\circ - 12^\circ = -192^\circ$$

$$x_4 \approx -360^\circ + 12^\circ = -348^\circ$$

b) $\sin x = -0,3255$

$$x_1 \approx -19^\circ$$

$$x_2 \approx -180^\circ + 19^\circ = -161^\circ$$

$$x_3 \approx -360^\circ - 19^\circ = -379^\circ$$

$$x_4 \approx -540^\circ + 19^\circ = -521^\circ$$

$$x_5 \approx 180^\circ + 19^\circ = 199^\circ$$

$$x_6 \approx 360^\circ - 19^\circ = 341^\circ$$

c) $\sin x = \frac{3}{2}$

$$L = \{\}$$

d) $\cos x = 0,2923$

$$x_1 \approx 73^\circ$$

$$x_2 \approx -73^\circ$$

$$x_3 \approx -360^\circ + 73^\circ = -287^\circ$$

$$x_4 \approx -360^\circ - 73^\circ = -433^\circ$$

$$x_5 \approx 360^\circ - 73^\circ = 287^\circ$$

e) $\cos x = -0,766$

$$x_1 \approx 140^\circ$$

$$x_2 \approx -140^\circ$$

$$x_3 \approx -360^\circ + 140^\circ = -220^\circ$$

$$x_4 \approx -360^\circ - 140^\circ = -500^\circ$$

$$x_5 \approx 270^\circ - 50^\circ = 220^\circ$$

f) $\cos x = -2$

$$L = \{\}$$

g) $\tan x = 19,0811$

$$x_1 \approx 87^\circ$$

$$x_2 \approx 87^\circ + 180^\circ = 267^\circ$$

$$x_3 \approx 87^\circ - 180^\circ = -93^\circ$$

$$x_4 \approx -93^\circ - 180^\circ = -273^\circ$$

$$x_5 \approx -273^\circ - 180^\circ = -453^\circ$$

h) $\tan x = -5,6712$

$$x_1 \approx -80^\circ$$

$$x_2 \approx -80^\circ + 180^\circ = 100^\circ$$

$$x_3 \approx 100^\circ + 180^\circ = 280^\circ$$

$$x_4 \approx -80^\circ - 180^\circ = -260^\circ$$

$$x_5 \approx -260^\circ - 180^\circ = -440^\circ$$

i) $\tan x = \frac{\pi}{2}$

$$L = \{\}$$

2)

a)

$$\begin{aligned} \text{a1) } f_1(x) &= -2 \cdot \sin\left(-\frac{3}{2}\pi - 2x\right) + 1 = -2 \cdot \sin\left(-2x - \frac{3}{2}\pi\right) + 1 = -2 \cdot \sin\left(-2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1 = \\ &= -2 \cdot -\sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1 = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1, \text{ also } p = \frac{2\pi}{2} = \pi \end{aligned}$$

$$A = |2| = 2; \quad p = \pi; \quad x_0 = \frac{\pi}{4}; \quad y_0 = 1$$

$$\text{a2) } f_1(x) = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1 = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \left(\frac{3}{4}\pi \bmod \pi\right)\right)\right) + 1 = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1$$

$$\text{minlinksx}_0 = \frac{3}{4}\pi$$

$$\text{a3) } f_1(x) = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)\right) + 1 = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{3}{4}\pi - \pi\right)\right) + 1 = 2 \cdot \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) + 1$$

$$\text{minrechtsx}_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{a4) } W_1\left(\frac{\pi}{4} \mid 0\right); \quad H_1\left(\frac{\pi}{2} \mid 2\right); \quad W_2\left(\frac{3\pi}{4} \mid 0\right); \quad T_1(\pi \mid -2); \quad W_3\left(\frac{5\pi}{4} \mid 0\right)$$

b)

$$\text{b1) } f_2(x) = 3 \cdot \sin(4\pi - 6\pi x) - 2 = 3 \cdot \sin(-6\pi x + 4\pi) - 2 = 3 \cdot \sin\left(-6\pi\left(x - \frac{2}{3}\right)\right) - 2 =$$

$$3 \cdot -\sin\left(6\pi\left(x - \frac{2}{3}\right)\right) - 2 = -3 \cdot \sin\left(6\pi\left(x - \frac{2}{3}\right)\right) - 2; \text{ also } p = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$$

$$A = |-3| = 3; \quad p = \frac{1}{3}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = -2$$

$$\text{b2) } f_2(x) = -3 \sin\left(6\pi\left(x - \frac{2}{3}\right)\right) - 2 = -3 \sin\left(6\pi\left(x - \left(\frac{2}{3} \bmod \frac{1}{3}\right)\right)\right) - 2 = -3 \sin(6\pi x) - 2$$

$$\text{minlinksx}_0 = 0$$

b3)

$$\text{minrechtsx}_0 = 0$$

$$\text{b4) } W_1(0 \mid 0); \quad T_1\left(\frac{1}{12} \mid -3\right); \quad W_2\left(\frac{1}{6} \mid 0\right); \quad H_1\left(\frac{1}{4} \mid 3\right); \quad W_3\left(\frac{1}{3} \mid 0\right)$$

c)

$$\text{c1) } f_3(x) = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(-\frac{7}{4}\pi - \frac{3}{2}x\right) + 3 = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(-\frac{3}{2}x - \frac{7}{4}\pi\right) + 3 = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(-\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot -\sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3 = \frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3; \text{ also } p = \frac{2\pi}{1,5} = \frac{4}{3}\pi$$

$$A = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}; \quad p = \frac{4}{3}\pi; \quad x_0 = \frac{7}{6}\pi; \quad y_0 = 3$$

$$\text{c2) } f_3(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \left(\frac{7}{6}\pi \bmod \frac{4}{3}\pi\right)\right)\right) + 3 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3$$

$$\text{minlinksx}_0 = \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{c3) } f_3(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi\right)\right) + 3 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{6}\pi - \frac{4}{3}\pi\right)\right) + 3 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{6}\pi\right)\right) + 3$$

$$\text{minrechtx}_0 = \frac{1}{6}\pi$$

$$c4) W_1\left(\frac{\pi}{6} \mid 0\right); H_1\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \mid \frac{1}{2}\right) = H_1\left(\frac{\pi}{2} \mid \frac{1}{2}\right); W_2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} \mid 0\right) = W_2\left(\frac{5\pi}{6} \mid 0\right);$$

$$T_1\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \mid -\frac{1}{2}\right) = T_1\left(\frac{7\pi}{6} \mid -\frac{1}{2}\right); W_3\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} \mid 0\right) = W_3\left(\frac{3}{2}\pi \mid 0\right)$$

d)

$$d1) f_4(x) = \frac{5}{2}\sin(10\pi + 20x) - 4 = \frac{5}{2}\sin(20x + 10\pi) - 4 = \frac{5}{2}\sin\left(20\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)\right) - 4$$

$$\text{also } p = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$$

$$A = \left|\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}; p = \frac{\pi}{10}; x_0 = 0; y_0 = -4$$

$$d2) f_4(x) = \frac{5}{2} \cdot \sin\left(20\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)\right) - 4 = \frac{5}{2} \cdot \sin\left(20\left(x + \left(\frac{1}{2}\pi \bmod \frac{\pi}{10}\right)\right)\right) - 4 = \frac{5}{2} \cdot \sin(20x) - 4$$

$$\text{minlinks } x_0 = 0$$

d3)

$$\text{minrechts } x_0 = 0$$

$$d4) W_1(0 \mid 0); H_1\left(\frac{\pi}{40} \mid \frac{5}{2}\right); W_2\left(\frac{\pi}{20} \mid 0\right); T_1\left(\frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{20} \mid -\frac{5}{2}\right) = T_1\left(\frac{3\pi}{40} \mid -\frac{5}{2}\right);$$

$$W_3\left(\frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{20} \mid 0\right) = W_3\left(\frac{\pi}{10} \mid 0\right)$$