1 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1

Zur Information: (Ein paar anschauliche Definitionen)
Eine Funktion f(x) heißt dann in einem Intervall [a ; b] **stetig**, wenn man den dazugehörigen Graphen von einem Intervallpunkt bis zum anderen zeichnen kann, ohne den Stift dabei absetzen zu müssen. Insbesondere darf die Kurve keine Sprünge machen.

Eine Funktion f(x) heißt dann in einem Intervall (a ; b) **differnzierbar (ableitbar)**, wenn die Kurve in diesem Intervall glatt ist, also keine Knicke oder Ecken hat.
Das Schaubild der Funktion g(x) = |x| hat z.B. im Ursprung einen Knick.

Betrachten Sie die folgenden Funktionen in einer "kleiner" Umgebung um den Ursprung.
Sind die Kurven im Ursprung stetig bzw. differenzierbar ?

1)
$f_1(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ für $x \neq 0$
$f_1(x) = 0$ für $x \neq 0$

2)
$f_2(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ für $x \neq 0$
$f_2(x) = 0$ für $x \neq 0$

3)
$f_3(x) = x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ für $x \neq 0$
$f_3(x) = 0$ für $x \neq 0$

4)
$f_4(x) = x^3 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ für $x \neq 0$
$f_4(x) = 0$ für $x \neq 0$

5)
$f_5(x) = e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ für $x \neq 0$
$f_4(x) = 0$ für $x \neq 0$

Lösungen:
1) Funktion ist an der Stelle x=0 nicht stetig und nicht differenzierbar.

2) Funktion ist an der Stelle x=0 stetig und nicht differenzierbar.

3) Funktion ist an der Stelle x=0 stetig und differenzierbar.

4) Funktion ist an der Stelle x=0 stetig und differenzierbar.

5) Funktion ist an der Stelle x=0 stetig und differenzierbar.