1 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1

1)
Gegeben sind die Funktionen f_1, f_2, f_3 (Die Definitionsmenge und die Zielmenge ist jeweils |R) mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = -\frac{5}{3}x + 1$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$f_3(x) = \frac{2}{3}x - 1$$

a) Zeichnen Sie das Schaubild K_{f1} von f_1, das Schaubild K_{f2} von f_2 und das Schaubild K_{f3} von f_3 in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (x-Achse: [-5; 4], y-Achse: [-5 ; 5], LE = 1 cm)

b) Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte der Geraden.

c) Die Parallele h zu K_{f3} geht durch den Punkt $P_1(-1{,}5 \mid 2)$.
Wie heißt die Funktionsgleichung von h ?

d) Prüfen Sie rechnerisch ob gilt:
$Q_1(3 \mid -4) \in K_{f1}$
$Q_2(-2{,}5 \mid -0{,}75) \in K_{f2}$
$Q_3(4 \mid 1{,}5) \in K_{f3}$

e) Zeichnen Sie die Parallele zur y-Achse ein, die durch $P_2(3 \mid 0)$ geht.
Wie lautet die Gleichung dieses Schaubilds ?

f) Zeichnen Sie die Parallele zur x-Achse ein, die durch $P_3(0 \mid -2)$ geht.
Wie lautet die Funktionsgleichung dieses Schaubilds ?

g) Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt der Geraden K_{f3} mit der x-Achse.

h) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Senkrechten auf K_{f3} , die außerdem auf einem Punkt $P_4 \in K_{f3}$ liegt, dessen x-Koordinate 3 ist.

i) Zeigen Sie rechnerisch, dass K_{f2} und K_{f3} nicht senkrecht aufeinander stehen.

j) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Senkrechten auf K_{f2} , die durch den Ursprung O(0|0) geht.

k) Bestimmen Sie rechnerisch mit Hilfe der Punktprobe die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die Punkte $H_1(\frac{18}{7} \mid \frac{-23}{7})$ und $H_2(\frac{6}{7} \mid \frac{-3}{7})$ geht.

l) Bestimmen Sie rechnerisch mit Hilfe der Zwei-Punkte-Form der Geradengleichung die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die Punkte $H_1(\frac{18}{7} \mid \frac{-23}{7})$ und $H_3(\frac{-6}{7} \mid \frac{-11}{7})$ geht.

2)
Eine Klassenarbeit wird durch einen linearen Punkteschlüssel korrigiert:
Das bedeutet, dass 50 Punkte mit der Note 1 und 0 Punkte mit der Note 6 bewertet werden.
a) Zeichen Sie ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in dem auf der senkrechten Achse die Note y und auf der horizontalen Achse die Anzahl x der erreichten Punkte eingetragen werden.
Längeneinheiten: : 5 Punkte = 1 cm, Eine Note = 1 cm.
Verbinden Sie die Punkte N_1(50 | 1) und N_6(0 | 6) durch eine Gerade, die K_f genant wird..
b) Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion an.
c) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden K_f ?
d) Welche Note ergeben 28 erreichte Punkte.
e) Wieviel Punkte bekommt man für die Note 2,4 ?

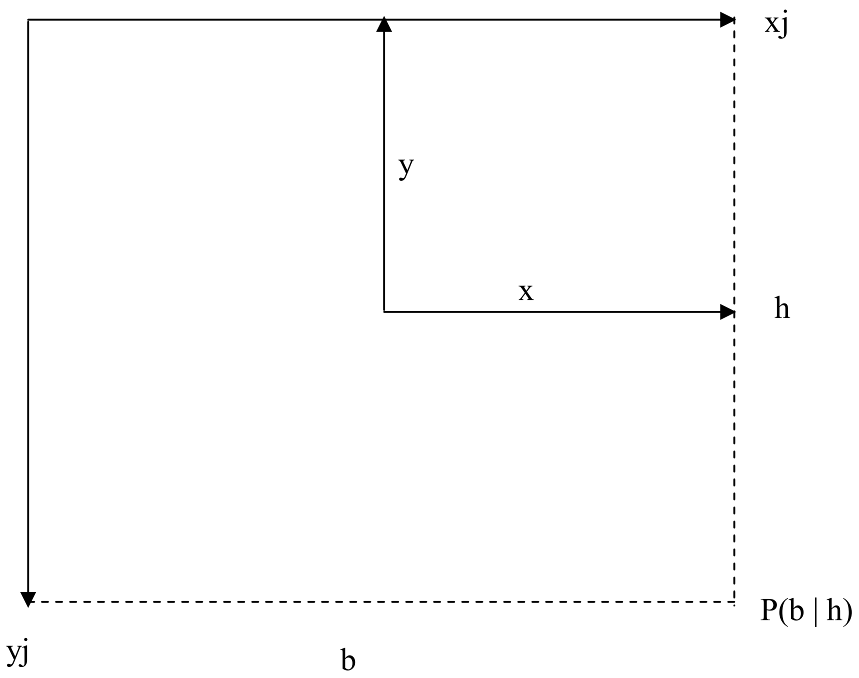
3)
Eine Klassenarbeit wird durch einen linearen Punkteschlüssel korrigiert:
Das bedeutet, dass 100 % der Punkte mit der Note 1 und 0 % der Punkte mit der Note 6 bewertet werden.
a) Zeichen Sie ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in dem auf der senkrechten Achse die Note n und auf der horizontalen Achse die Prozentzahl p der erreichten Punkte eingetragen werden.
Längeneinheiten: 10% = 1 cm, Eine Note = 1 cm.
Verbinden Sie die Punkte N_1(100 | 1) und N_2(0 | 6) durch eine Gerade, die K_h genannt wird.
b) Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion an.
c) Berechnen Sie die zu der Geraden K_h zugehörige Funktion in Abhängikeit von der Prozentzahl p.
d) Welche Note bekommt man bei 50% ?

4)
Zur Information:
Eine Gerade,die durch die Punkte $P_0(x_0 | y_0)$ und $P_1(x_1 | y_1)$ geht, hat die folgende Funktionsgleichung (ZPF):

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Eine Gerade geht durch die 2 Punkte R(r | s) und T(t | u)
Zeigen Sie, daß es egal ist, welchen Punkt R bzw. S man für man für P_0 bzw. P_1 wählt.
D.h: Zeigen Sie rechnerisch, daß es egal ist, welchen Punkt man in der Zwei-Punkte-Form der Geradengleichung als $P_1(x_1|y_1)$ und welchen Punkt man als $P_2(x_2|y_2)$ bezeichnet.

5)



In vielen Entwicklungsumgebungen objektorientierter Programmiersprachen wie z.B. Java wird ein Fenster der Höhe h und Breite b (siehe Zeichnung) ein Koordinatensystem verpaßt, in dem die x-Achse (xjava-Achse, kurz xj-Achse) nach rechts und die y-Achse (yjava-Achse, kurz yj-Achse) nach unten verläuft.
Der Punkt P ganz rechts unten hat also in diesem Koordinatensystem die Koordinaten P(b | h).
Will man diesen Punkt auf dem Bildschirm aausgeben, muß man die Koordinaten b und h in dem Programm verwenden.
Wir wollen allerdings "ganz normal" in dem uns bekannten mathematischen Koordinatensystem arbeiten.
Wenn man dann den Punkt O(0 | 0) im "mathematischen Koordinatensystem" auf dem Bildschrim ausgeben will, muß man diesen in den Punkt P'(b/2 | h/2) des "Java-Koordinatensystem" transformieren.
Erstellen Sie die Funktion f_x, die jedem x-Wert des "mathematischen Koordinatensystem" den x-Wert des "Java Koordinatensystem" zuordnet.
Erstellen Sie die Funktion f_y, die jedem y-Wert des "mathematischen Koordinatensystem" den y-Wert des "Java Koordinatensystem" zuordnet.

Lösungen

b1) Schnittpunkt $S_1(x_S \mid y_S)$ von K_{f1} und K_{f2}
(oder etwas mathematischer formuliert: $K_{f1} \cap K_{f2} = S_1(x_s|y_s)$):

$$-\frac{5}{3}x_S + 1 = y_S = -\frac{1}{2}x_S - 2$$

$$-\frac{5}{3}x_S + 1 = -\frac{1}{2}x_S - 2$$

$$x_S = \frac{18}{7}$$

$$y_S = -\frac{23}{7}$$

$S_1(\frac{18}{7} \mid -\frac{23}{7}) \approx S_1(2{,}6 \mid -3{,}3)$

b2) Schnittpunkt $S_2(x_S \mid y_S)$ von K_{f1} und K_{f3}
(oder etwas mathematischer formuliert: $K_{f1} \cap K_{f3} = S_2(x_s|y_s)$):

$$-\frac{5}{3}x_S + 1 = y_S = \frac{2}{3}x_S - 1$$

$$-\frac{5}{3}x_S + 1 = \frac{2}{3}x_S - 1$$

$$x_S = \frac{6}{7}$$

$$y_S = -\frac{3}{7}$$

$S_2(\frac{6}{7} \mid -\frac{3}{7}) \approx S_2(0{,}9 \mid -0{,}4)$

b3) Schnittpunkt $S_2(x_S \mid y_S)$ von K_{f2} und K_{f3}
(oder etwas mathematischer formuliert: $K_{f2} \cap K_{f3} = S_2(x_s|y_s)$):

$$-\frac{1}{2}x_S - 2 = y_S = \frac{2}{3}x_S - 1$$

$$-\frac{1}{2}x_S - 2 = \frac{2}{3}x_S - 1$$

$$x_S = -\frac{6}{7}$$

$$y_S = -\frac{11}{7}$$

$S_3(-\frac{6}{7} \mid -\frac{11}{7}) \approx S_3(-0{,}9 \mid -1{,}6)$

c)
Die Parallele h zu K_{f3} geht durch den Punkt $P_1(-1,5 \mid 2)$.
Sei f_4 die zu h gehörige Funktion.
Da h eine Parallele zu K_{f3} ist, hat sie die gleiche Steigung wie K_{f3}. Der y-Achsenabschnitt von h sei b. Die Funktionsgleichung von ist also:

$$f_4(x) = \frac{2}{3}x + b$$

Punktprobe für P_1:
Da $P_1(-1,5 \mid 2) \in$ h, gilt:

$$2 = \frac{2}{3} \cdot (-1,5) + b$$

b = 3, also:

$$f_4(x) = \frac{2}{3}x + 3$$

d1)
Sei $Q_1(3 \mid -4) \in K_{f1}$, dann gilt:

$$-4 = -\frac{5}{3} \cdot 3 + 1 \qquad \text{(wahr)}$$

also: $Q_1(3 \mid -4) \in K_{f1}$

d2) Sei $Q_2(-2,5 \mid -0,75) \in K_{f2}$, dann gilt:

$$-0,75 = -\frac{1}{2} \cdot (-2,5) - 2 \qquad \text{(wahr)}$$

also: $Q_2(-2,5 \mid -0,75) \in K_{f2}$

d3)
Sei $Q_3(4 \mid 1,5) \in K_{f3}$, dann gilt:

$$1,5 = \frac{2}{3} \cdot 4 - 1 \quad \text{(falsch)}$$

also: $Q_3(4 \mid 1,5) \notin K_{f3}$

e)
x = 3

f)
y = -2

g)
Schnittpunkte $S_x(x_S \mid 0)$ mit der x-Achse: $S_x(x_S \mid 0) \in K_{f3}$, also:

$$0 = \frac{2}{3}x_S - 1$$

$x_S = 1,5$
$S_x(1,5 \mid 0)$

h)
y-Koordinate des Punkts P_4 berechnen:

$f_3(3)=\frac{2}{3}\cdot 3-1=1$, also $P_4(3 \mid 1)$

Steigung m der zu K_{f3} senkrechten Geraden K_{f3S}

$$m=-\frac{1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}$$

Damit gilt für die Funktionsgleichung von K_{f3S}

$$f_{3S}(x)=-\frac{3}{2}x+b$$

Punktprobe für P_4
Da $P_4(3 \mid 1) \in K_f$ gilt:

$$1=-\frac{3}{2}\cdot 3+b$$

$b=\frac{11}{2}$, also:

$$f_{3S}(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$$

i) Zeigen Sie rechnerisch, dass K_{f2} und K_{f3} nicht senkrecht aufeinander stehen.
Für das Produkt der Steigungen von K_{f2} und K_{f3} gilt:

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}\neq -1$$

j) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Senkrechten auf K_{f2} , die durch den Ursprung O(0|0) geht.
Steigung m der senkrechten K_{f2S} zu K_{f2}

$$m=-\frac{1}{-\frac{1}{2}}=2$$

Damit gilt für die Funktionsgleichung von K_{f2S} (Ursprungsgeraden!)

$$f_{2S}(x)=2x$$

k)

Die Funktionsgleichung der Geraden K_g lautet:

g(x) = m · x + b

Da $H_1(\frac{18}{7}|\frac{-23}{7}) \in K_g$, gilt:

$$-\frac{23}{7} = m \cdot \frac{18}{7} + b$$

$$b = -\frac{23}{7} - \frac{18}{7}m$$

Da $H_2(\frac{6}{7}|\frac{-3}{7}) \in K_g$, gilt:

$$-\frac{3}{7} = m \cdot \frac{6}{7} + b$$

$$b = -\frac{3}{7} - \frac{6}{7}m$$

Damit:

$$-\frac{23}{7} - \frac{18}{7}m = -\frac{3}{7} - \frac{6}{7}m \iff -23 - 18m = -3 - 6m \iff 12m = -20$$

$m = -\frac{5}{3}$, also:

$$b = -\frac{3}{7} - \frac{6}{7} \cdot -\frac{5}{3} = 1$$

also:

$$g(x) = -\frac{5}{3}x + 1$$

l)

ZPF:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - \frac{-23}{7}}{x - \frac{18}{7}} = \frac{\frac{-11}{7} - \frac{-23}{7}}{\frac{-6}{7} - \frac{18}{7}} \iff \frac{y + \frac{23}{7}}{x - \frac{18}{7}} = \frac{\frac{12}{7}}{-\frac{24}{7}} \iff \frac{y + \frac{23}{7}}{x - \frac{18}{7}} = -\frac{1}{2} \iff$$

$$y + \frac{23}{7} = -\frac{1}{2} \cdot (x - \frac{18}{7}) \iff y + \frac{23}{7} = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{7} \iff y = -\frac{1}{2}x - 2$$

2)

b) D = [0 ; 50]

c)

ZPF mit $N_1($ (50, 1) $\in$ g, $N_6(0, 6) \in K_f$:

$\frac{y-6}{x-0} = \frac{1-6}{50-0}$ <==>

$\frac{y-6}{x-0} = \frac{-5}{50}$ <==> $\frac{y-6}{x-0} = -\frac{1}{10}$ <==> $y-6 = -\frac{1}{10} \cdot x$ <==>

$y = 6 - \frac{1}{10} \cdot x$ bzw. $f(x) = 6 - \frac{1}{10} \cdot x$

d) $f(28) = 6 - \frac{1}{10} \cdot 28 = 6 - 2{,}8 = 3{,}2$

e) Für p Punkte bekommt man die Note 2,4. Also gilt:

f(p) = 2,4 und

$f(p) = 6 - \frac{1}{10} \cdot p$

also:

$2{,}4 = 6 - \frac{1}{10} \cdot p$ <==> 24 = 60 - p <==> p = 36

3)

b) D = [0 ; 100]

c) Für die Funktion h gilt allgemein:

h(p) = mp + b

Da N_1(100 | 1) $\in K_h$, gilt: 1 = m · 100 + b

Da N_2(0 | 6) $\in K_h$, gilt: 6 = m · 0 + b

also:

1 = 100 m + b (G1)

b = 6 (G2)

Aus (G1) und (G2) folgt:

m = - 0,05

also:

$h(p) = -\frac{1}{20} \cdot p + 6$

d)

$h(50) = -\frac{1}{20} \cdot 50 + 6 = 3{,}5$

4)

$$\frac{y-y_0}{x-x_0}=\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$$

a)

$$\frac{y-s}{x-r}=\frac{u-s}{t-r} \iff y=\frac{u-s}{t-r}(x-r)+s \iff y=\frac{u-s}{t-r}x-\frac{u-s}{t-r}r+s\frac{t-r}{t-r} \iff$$

$$y=\frac{ux-sx}{t-r}-\frac{ur-sr}{t-r}+\frac{st-sr}{t-r} \iff y=\frac{ux-sx-ur+sr+st-sr}{t-r} \iff y=\frac{ux-sx-ur+st}{t-r}$$

b)

$$\frac{y-u}{x-t}=\frac{s-u}{r-t} \iff \frac{y-u}{x-t}=\frac{u-s}{t-r} \text{ (da } \frac{s-u}{r-t}=\frac{u-s}{t-r}\text{)} \iff y=\frac{u-s}{t-r}(x-t)+u \iff$$

$$y=\frac{u-s}{t-r}x-\frac{u-s}{t-r}t+u\frac{t-r}{t-r} \iff y=\frac{ux-sx}{t-r}-\frac{ut-st}{t-r}+\frac{tu-ru}{t-r} \iff$$

$$y=\frac{ux-sx-ut+st+tu-ru}{t-r} \iff y=\frac{ux-sx+st-ru}{t-r}$$

5)

fx(x) = x + b / 2

fy(y) = h/2 - y

2 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1

Bemerkungen:
Runden Sie die **End**ergebnisse (falls dies für eine Zeichnung erforderlich ist) auf 1 Stelle hinter dem Komma. Mit **genauen** Werten der Zwischenergebnisse muß bis zum Endergebnis weitergerechnet werden.

1) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabeln, die durch die folgenden Punkte gehen:

$a)\ P_1(-3|-3{,}5)\quad P_2(1|-7{,}5)\quad P_3(-4|-5)$

$b)\ P_1(-1|-4)\quad P_2(1|4)\quad P_3(-2|-2)$

$c)\ P_1(3|3{,}25)\quad P_2(1|3{,}25)\quad P_3(-1|5{,}25)$

$d)\ P_1(0|-0{,}25)\quad P_2(1|4{,}25)\quad P_3(-3|4{,}25)$

$e)\ P_1(-\frac{1}{3}|\frac{2}{3})\quad P_2(\frac{8}{3}|-\frac{1}{3})\quad P_3(-\frac{7}{3}|-2)$

$f)\ P_1(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{2})\quad P_2(\frac{1}{4}|-\frac{27}{8})\quad P_3(\frac{11}{4}|-9)$

Bestimmen Sie außerdem (rechnerisch) die Scheitel dieser Parabeln.

2) Es sind folgende Funktionsgleichungen f_1, f_2, f_3 mit den zugehörigen Schaubildern P_1, P_2, g_1 gegeben:

$$f_1(x)=\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{8}$$

$$f_2(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x$$

$$f_3(x)=\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}$$

a) Berechnen Sie den Scheitel von P_1
b) Berechnen Sie den Scheitel von P_2
c) Zeichnen Sie P_1, P_2, g_1 im x-Intervall [-8,6]
d) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_1 mit der x-Achse
e) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_1 mit der y-Achse
f) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_2 mit der x-Achse
g) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_2 mit der y-Achse
h) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_1 mit P_2
i) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_1 mit g_1
j) Berechnen Sie Schnittpunkte von P_2 mit g_1
k) Berechnen Sie Schnittpunkte von g_1 mit der x-Achse
l) Berechnen Sie Schnittpunkte von g_1 mit der y-Achse
m) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_2, die durch die Schnittpunkte von P_1 mit P_2 geht.
n) Berechnen Sie Schnittpunkte von g_2 mit der x - Achse

Lösungen

1)

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$P_1(-3 \mid -\frac{7}{2}) \in K_f$:

$-\frac{7}{2} = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c$

$-\frac{7}{2} = 9a - 3b + c$ <==> $18a - 6b + 2c = -7$ (G1)

$P_2(1 \mid -\frac{15}{2}) \in K_f$:

$-\frac{15}{2} = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$

$-\frac{15}{2} = a + b + c$ <==> $2a + 2b + 2c = -15$ (G2)

$P_3(-4 \mid -5) \in K_f$:

$-5 = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + c$

$-5 = 16a - 4b + c$ (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):

$a = -\frac{1}{2},\ b = -2,\ c = -5$

Ergebnis:

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 5$

$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 5 = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2x - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = -\frac{1}{2}(x^2 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 5) = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 10) =$

$-\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 10) = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4 + 10) = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 + 6) = -\frac{1}{2}((x+2)^2 + 6)$

$= -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 3$ ==> S(-2 | -3)

b) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$P_1(-1 \mid -4) \in K_f$:

$-4 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$

$-4 = a - b + c$ (G1)

$P_2(1 \mid 4) \in K_f$:

$4 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$

$4 = a + b + c$ (G2)

$P_3(-2 \mid -2) \in K_f$:

$-2 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c$

$-2 = 4a - 2b + c$ (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):
a = 2, b = 4, c = -2
Ergebnis:
f(x) = 2x² + 4x - 2

$$= 2x^2 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4x - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2 = 2(x^2 + \frac{1}{2}\cdot 4x - \frac{1}{2}\cdot 2) = 2(x^2 + 2x - 1) = 2(x^2 + 2x + 1 - 1 - 1) =$$

$$= 2(x^2 + 2x + 1 - 2) = 2((x+1)^2 - 2) = 2(x+1)^2 - 4$$ ==> S(-1 | -4)

c) f(x) = ax² + bx + c

$P_1(3\,|\,\frac{13}{4}) \in K_f$:

$$\frac{13}{4} = a\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c$$

$\frac{13}{4} = 9a + 3b + c$ <==> 36a + 12b + 4c = 13 (G1)

$P_2(1\,|\,\frac{13}{4}) \in K_f$:

$$\frac{13}{4} = a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c$$

$\frac{13}{4} = a + b + c$ <==> 4a + 4b + 4c = 13 (G2)

$P_3(-1\,|\,\frac{21}{4}) \in K_f$:

$$\frac{21}{4} = a\cdot(-1)^2 + b\cdot(-1) + c$$

$\frac{21}{4} = a - b + c$ <==> 4a - 4b + 4c = 21 (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):

$a = \frac{1}{4},\ b = -1,\ c = 4$

Ergebnis:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 4$$

$$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}\cdot 4\cdot x + \frac{1}{4}\cdot 4\cdot 4 = \frac{1}{4}(x^2 - 4\cdot x + 4\cdot 4) = \frac{1}{4}(x^2 - 4\cdot x + 16) = \frac{1}{4}(x^2 - 4\cdot x + 4 - 4 + 16) =$$

$$\frac{1}{4}((x-2)^2 + 12) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 3$$ ==> S(2 | 3)

d) f(x) = ax² + bx + c

$P_1(0\,|-\frac{1}{4}) \in K_f:$

$-\frac{1}{4} = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$

$-\frac{1}{4} = c$ (G1)

$P_2(1\,|\,\frac{17}{4}) \in K_f:$

$\frac{17}{4} = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$

$17 = 4a + 4b + 4c$ (G2)

$P_3(-3\,|\,\frac{17}{4}) \in K_f:$

$\frac{17}{4} = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c$

$\frac{17}{4} = 9a - 3b + c$ <==> 36a - 12b + 4c = 17 (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):

$a = \frac{3}{2},\ b = 3,\ c = -\frac{1}{4}$

Ergebnis:

$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3x - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2}(x^2 + \frac{2}{3} \cdot 3x - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}) = \frac{3}{2}(x^2 + 2x - \frac{1}{6}) = \frac{3}{2}(x^2 + 2x + 1 - 1 - \frac{1}{6}) =$

$\frac{3}{2}(x^2 + 2x + 1 - 1 - \frac{1}{6}) = \frac{3}{2}((x+1)^2 - \frac{7}{6}) = \frac{3}{2}(x+1)^2 - \frac{7}{4}$ ==> S (-1 $|-\frac{7}{4}$)

e) f(x) = ax² + bx + c

$P_1(-\frac{1}{3}|\frac{2}{3}) \in K_f$:

$\frac{2}{3} = a\cdot(-\frac{1}{3})^2 + b\cdot(-\frac{1}{3}) + c$

$\frac{2}{3} = \frac{1}{9}a - \frac{1}{3}b + c$ <==> a - 3b + 9c = 6 (G1)

$P_2(\frac{8}{3}|-\frac{1}{3}) \in K_f$:

$-\frac{1}{3} = a\cdot(\frac{8}{3})^2 + b\cdot(\frac{8}{3}) + c$

$-\frac{1}{3} = \frac{64}{9}a + \frac{8}{3}b + c$ <==> 64a + 24b + 9c = -3 (G2)

$P_3(-\frac{7}{3}|-2) \in K_f$:

$-2 = a\cdot(-\frac{7}{3})^2 + b\cdot(-\frac{7}{3}) + c$

$-2 = \frac{49}{9}a + -\frac{7}{3}b + c$ <==> 49a - 21b + 9c = -18 (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):

$a = -\frac{1}{3},\ b = \frac{4}{9},\ c = \frac{23}{27}$

Ergebnis:

$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{23}{27}$

$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{23}{27} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot\frac{4}{9}x + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot\frac{23}{27} = -\frac{1}{3}(x^2 - 3\cdot\frac{4}{9}x - 3\cdot\frac{23}{27}) =$

$= -\frac{1}{3}(x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{23}{9}) = -\frac{1}{3}(x^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}x - \frac{23}{9}) = -\frac{1}{3}(x^2 - 2\cdot\frac{2}{3}x - \frac{23}{9}) =$

$-\frac{1}{3}(x^2 - 2\cdot\frac{2}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{23}{9}) = -\frac{1}{3}\left(\left(x - \left(\frac{2}{3}\right)\right)^2 - \frac{4}{9} - \frac{23}{9}\right) = -\frac{1}{3}\left(\left(x - \left(\frac{2}{3}\right)\right)^2 - 3\right) =$

$= -\frac{1}{3}\left(x - \left(\frac{2}{3}\right)\right)^2 + 1$ ==> $S\left(\frac{2}{3}|1\right)$

f) f(x) = ax² + bx + c

$P_1(-\frac{1}{4} \mid -\frac{9}{2}) \in K_f$:

$-\frac{9}{2} = a \cdot (-\frac{1}{4})^2 + b \cdot (-\frac{1}{4}) + c$

$-\frac{9}{2} = \frac{1}{16}a - \frac{1}{4}b + c$ <==> a - 4b + 16c = -72 (G1)

$P_2(\frac{1}{4} \mid -\frac{27}{8}) \in K_f$:

$-\frac{27}{8} = a \cdot (\frac{1}{4})^2 + b \cdot (\frac{1}{4}) + c$

$-\frac{27}{8} = \frac{1}{16}a + \frac{1}{4}b + c$ <==> a + 4b + 16c = -54 (G2)

$P_3(\frac{11}{4} \mid -9) \in K_f$:

$-9 = a \cdot (\frac{11}{4})^2 + b \cdot (\frac{11}{4}) + c$

$-9 = \frac{121}{16}a + \frac{11}{4}b + c$ <==> 121a + 44b + 16c = -144 (G3)

Mit TR (Taschenrechner), Additionsverfahren oder Gausscher Algorithmus folgt aus (G1), (G2), (G3):

$a = -\frac{3}{2},\ b = \frac{9}{4},\ c = -\frac{123}{32}$

Ergebnis:

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{123}{32}$

$= -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{123}{32} = -\frac{3}{2}(x^2 - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{123}{32}) = -\frac{3}{2}(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{41}{16}) =$

$-\frac{3}{2}(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}x + \frac{41}{16}) = -\frac{3}{2}(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{41}{16}) = -\frac{3}{2}(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{41}{16}) =$

$-\frac{3}{2}((x - \left(\frac{3}{4}\right))^2 - \frac{9}{16} + \frac{41}{16}) = -\frac{3}{2}((x - \left(\frac{3}{4}\right))^2 + 2) = -\frac{3}{2}(x - \left(\frac{3}{4}\right))^2 - 3$ ==> S(0,75 | -3)

2 a) Berechnung des Scheitels von P_1:

$$f_1(x)=\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}\left(x^2+6x-7\right)$$

$$=\frac{1}{8}\left(\dot{x}^2+6x+3^2-3^2-7\right)=\frac{1}{8}\left((x+3)^2-16\right)$$

$$=\frac{1}{8}(x+3)^2-2$$

$$S_{f1}(-3\,|\,-2)$$

b) Berechnung des Scheitels von P_2:

$$f_2(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x\right)$$

$$=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x+2^2-2^2\right)=-\frac{1}{2}\left((x+2)^2-4\right)$$

$$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2$$

$$S_{f2}(2\,|\,2)$$

d)

$Q(x_s\,|\,0)\in P_1$ *sei Schnittpunkt von* P_1 *mit der* $x-$*Achse*:

$$0=\frac{1}{8}\cdot x_s^2+\frac{3}{4}x_s-\frac{7}{8}\quad |\cdot 8$$

$$0=x_s^2+6x_s-7$$

$$x_{S1/2}=\frac{-6\pm\sqrt{36-4\cdot1\cdot(-7)}}{2}=\frac{-6\pm8}{2}=-3\pm4$$

$$x_{S1}=1\quad x_{S2}=-7$$

$Q_1(1\,|\,0)\quad Q_2(-7\,|\,0)\qquad$ Pr*obe*!

e)

$Q(0\,|\,y_s)\in P_1$ *sei Schnittpunkt von* P_1 *mit der* $y-$*Achse*:

$$y_s=\frac{1}{8}\cdot 0^2+\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{8}$$

$$Q_3\left(0\,|-\frac{7}{8}\right)\approx Q_3(0\,|-0{,}9)$$

f)

$Q(x_s\,|\,0)\in P_2$ *sei Schnittpunkt von* P_2 *mit der* $x-$*Achse*:

$$0=-\frac{1}{2}x_s^2+2x_s\ |\cdot 2$$

$$0=-x_s^2+4x_s$$

$$x_s^2-4x_s=0$$

$$x_s(x_s-4)=0$$

$$x_{S1}=0\quad x_{S2}=4$$

$$Q_4(0\,|\,0)\quad Q_5(4\,|\,0)$$

g)

$Q(0\,|\,y_s)\in P_2$ *sei Schnittpunkt von* P_2 *mit der* $y-$*Achse*:

$$y_s=-\frac{1}{2}0^2+2\cdot 0=0$$

$$Q_6(0\,|\,0)$$

h)
$Q(x_s|\ y_s)$ sei Schnittpunkt von P_1 und P_2
(oder etwas mathematischer formuliert: $P_1 \cap P_2 = Q(x_s|\ y_s)$:

$$y_s = \frac{1}{8}x_s^2 + \frac{3}{4}x_s - \frac{7}{8}$$

$$y_s = -\frac{1}{2}x_s^2 + 2x_s$$

$$\frac{1}{8}x_s^2 + \frac{3}{4}x_s - \frac{7}{8} = -\frac{1}{2}x_s^2 + 2x_s \mid \cdot 8$$

$$x_s^2 + 6x_s - 7 = -4x_s^2 + 16x_s$$

$$5x_s^2 - 10x_s - 7 = 0$$

$$x_{s1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 5 \cdot (-7)}}{10} = \frac{10 \pm \sqrt{240}}{10} = \frac{10 \pm \sqrt{16 \cdot 15}}{10}$$

$$= \frac{10 \pm 4\sqrt{15}}{10} = \frac{5 \pm 2\sqrt{15}}{5}$$

$$x_{s1} = \frac{5 + 2\sqrt{15}}{5} \quad x_{s2} = \frac{5 - 2\sqrt{15}}{5}$$

$$y_{s1} = f_2(x_{s1}) = -\frac{1}{2}\left(\frac{5 + 2\sqrt{15}}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5 + 2\sqrt{15}}{5}$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{25 + 20\sqrt{15} + 60}{25} + \frac{10 + 4\sqrt{15}}{5}$$

$$= -\frac{25 + 20\sqrt{15} + 60}{50} + \frac{10 + 4\sqrt{15}}{5}$$

$$= \frac{-25 - 20\sqrt{15} - 60 + 100 + 40\sqrt{15}}{50} = \frac{15 + 20\sqrt{15}}{50}$$

$$= \frac{3 + 4\sqrt{15}}{10}$$

$$O_7\left(\frac{5 + 2\sqrt{15}}{5} \mid \frac{3 + 4\sqrt{15}}{10}\right) \approx O_7(2{,}6 \mid 1{,}9)$$

$$y_{s2} = f_2(x_{s2}) = f_2\left(\frac{5-2\sqrt{15}}{5}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5-2\sqrt{15}}{5}\right)^2 + 2\cdot\frac{5-2\sqrt{15}}{5}$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{25-20\sqrt{15}+60}{25} + \frac{10-4\sqrt{15}}{5}$$

$$= \frac{-25+20\sqrt{15}-60}{50} + \frac{10-4\sqrt{15}}{5}$$

$$= \frac{-25+20\sqrt{15}-60+100-40\sqrt{15}}{50} = \frac{15-20\sqrt{15}}{50}$$

$$= \frac{3-4\sqrt{15}}{10}$$

$$Q_8\left(\frac{5-2\sqrt{15}}{5} \mid \frac{3-4\sqrt{15}}{10}\right) \approx Q_8(-0{,}6 \mid -1{,}3)$$

i)
$Q(x_s| \ y_s)$ sei Schnittpunkt von P_1 und g_1
(oder etwas mathematischer formuliert: $P_1 \cap g_1 = Q(x_s| \ y_s)$):

$$y_s = \frac{1}{8}x_s^2 + \frac{3}{4}x_s - \frac{7}{8}$$

$$y_s = \frac{2}{5}x_s + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{8}x_s^2 + \frac{3}{4}x_s - \frac{7}{8} = \frac{2}{5}x_s + \frac{1}{2} \quad | \cdot 40$$

$$5x_s^2 + 30x_s - 35 = 16x_s + 20$$

$$5x_s^2 + 14x_s - 55 = 0$$

$$x_{s1/2} = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 4\cdot 5\cdot(-55)}}{10} = \frac{-14 \pm 36}{10} = \frac{-7 \pm 18}{5}$$

$$x_{s1} = -5 \quad x_{s2} = \frac{11}{5}$$

$$y_{s1} = f_3(-5) = \frac{2}{5}\cdot(-5) + \frac{1}{2} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$y_{s2} = f_3\left(\frac{11}{5}\right) = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{11}{5}\right) + \frac{1}{2} = \frac{22}{25} + \frac{1}{2} = \frac{44+25}{50} = \frac{69}{50}$$

$$Q_9(-5 \mid -1{,}5) \quad Q_{10}\left(\frac{11}{5} \mid \frac{69}{50}\right) \approx Q_{10}(2{,}2 \mid 1{,}4)$$

j)

$Q(x_s|\ y_s)$ sei Schnittpunkt von P_2 und g_1

(oder etwas mathematischer formuliert: $P_2 \cap g_1 = Q(x_s|\ y_s)$):

$$y_s = -\frac{1}{2}x_s^2 + 2x_s$$

$$y_s = \frac{2}{5}x_s + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x_s^2 + 2x_s = \frac{2}{5}x_s + \frac{1}{2} \quad |\cdot 10$$

$$-5x_s^2 + 20x_s = 4x_s + 5$$

$$-5x_s^2 + 16x_s - 5 = 0 \quad |\cdot -1$$

$$5x_s^2 - 16x_s + 5 = 0$$

$$x_{s1/2} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4\cdot 5\cdot 5}}{10} = \frac{16 \pm \sqrt{156}}{10} = \frac{16 \pm \sqrt{4\cdot 39}}{10} = \frac{16 \pm 2\sqrt{39}}{10} = \frac{8 \pm \sqrt{39}}{5}$$

$$x_{s1} = \frac{8+\sqrt{39}}{5} \qquad x_{s2} = \frac{8-\sqrt{39}}{5}$$

$$y_{s1} = f_3\left(\frac{8+\sqrt{39}}{5}\right) = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{8+\sqrt{39}}{5}\right) + \frac{1}{2} = \frac{16+2\sqrt{39}}{25} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{32+4\sqrt{39}+25}{50} = \frac{57+4\sqrt{39}}{50}$$

$$y_{s2} = f_3\left(\frac{8-\sqrt{39}}{5}\right) = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{8-\sqrt{39}}{5}\right) + \frac{1}{2} = \frac{16-2\sqrt{39}}{25} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{32-4\sqrt{39}+25}{50} = \frac{57-4\sqrt{39}}{50}$$

$$Q_{11}\left(\frac{8+\sqrt{39}}{5} \,|\, \frac{57+4\sqrt{39}}{50}\right) \approx Q_{11}(2{,}9\,|\,1{,}6)$$

$$Q_{12}\left(\frac{8-\sqrt{39}}{5} \,|\, \frac{57-4\sqrt{39}}{50}\right) \approx Q_{12}(0{,}4\,|\,0{,}6)$$

k)

$Q(x_s\,|\,0) \in g_1$ *sei Schnittpunkt von g_1 mit der $x-$Achse:*

$$0 = \frac{2}{5}x_s + \frac{1}{2} \quad |\cdot 10$$

$$0 = 4x_s + 5$$

$$x_s = -\frac{5}{4}$$

$$Q_{13}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right)$$

l)

$Q(0\,|\,y_s) \in g_1$ *sei Schnittpunkt von g_1 mit der $y-$Achse:*

$$y_s = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{1}{2}$$

$$y_s = \frac{1}{2}$$

$$Q_{14}\left(0\,|\,\frac{1}{2}\right)$$

m)
Gerade durch Q_7 und Q_8 :

$$Q_7\left(\frac{5+2\sqrt{15}}{5} \mid \frac{3+4\sqrt{15}}{10}\right) \quad Q_8\left(\frac{5-2\sqrt{15}}{5} \mid \frac{3-4\sqrt{15}}{10}\right)$$

$$\frac{y-\frac{3+4\sqrt{15}}{10}}{x-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}}=\frac{\frac{3-4\sqrt{15}}{10}-\frac{3+4\sqrt{15}}{10}}{\frac{5-2\sqrt{15}}{5}-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}}$$

$$\frac{y-\frac{3+4\sqrt{15}}{10}}{x-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}}=\frac{\frac{3-4\sqrt{15}-3-4\sqrt{15}}{10}}{\frac{5-2\sqrt{15}-5-2\sqrt{15}}{5}}=\frac{\frac{-8\sqrt{15}}{10}}{\frac{-4\sqrt{15}}{5}}=\frac{-8\sqrt{15}\cdot 5}{10\cdot(-4)\sqrt{15}}=1$$

$$\frac{y-\frac{3+4\sqrt{15}}{10}}{x-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}}=1$$

$$y-\frac{3+4\sqrt{15}}{10}=x-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}$$

$$y=x+\frac{3+4\sqrt{15}}{10}-\frac{5+2\sqrt{15}}{5}$$

$$y=x+\frac{3+4\sqrt{15}-10-4\sqrt{15}}{10}=x-\frac{7}{10}$$

$$y=x-\frac{7}{10}$$

n)
Q(x_s | 0) sei Schnittpunkt von g_2 mit der x-Achse:

$$0=x_s-0{,}7$$

$$x_s=0{,}7$$

$$Q_{15}(0{,}7 \mid 0)$$

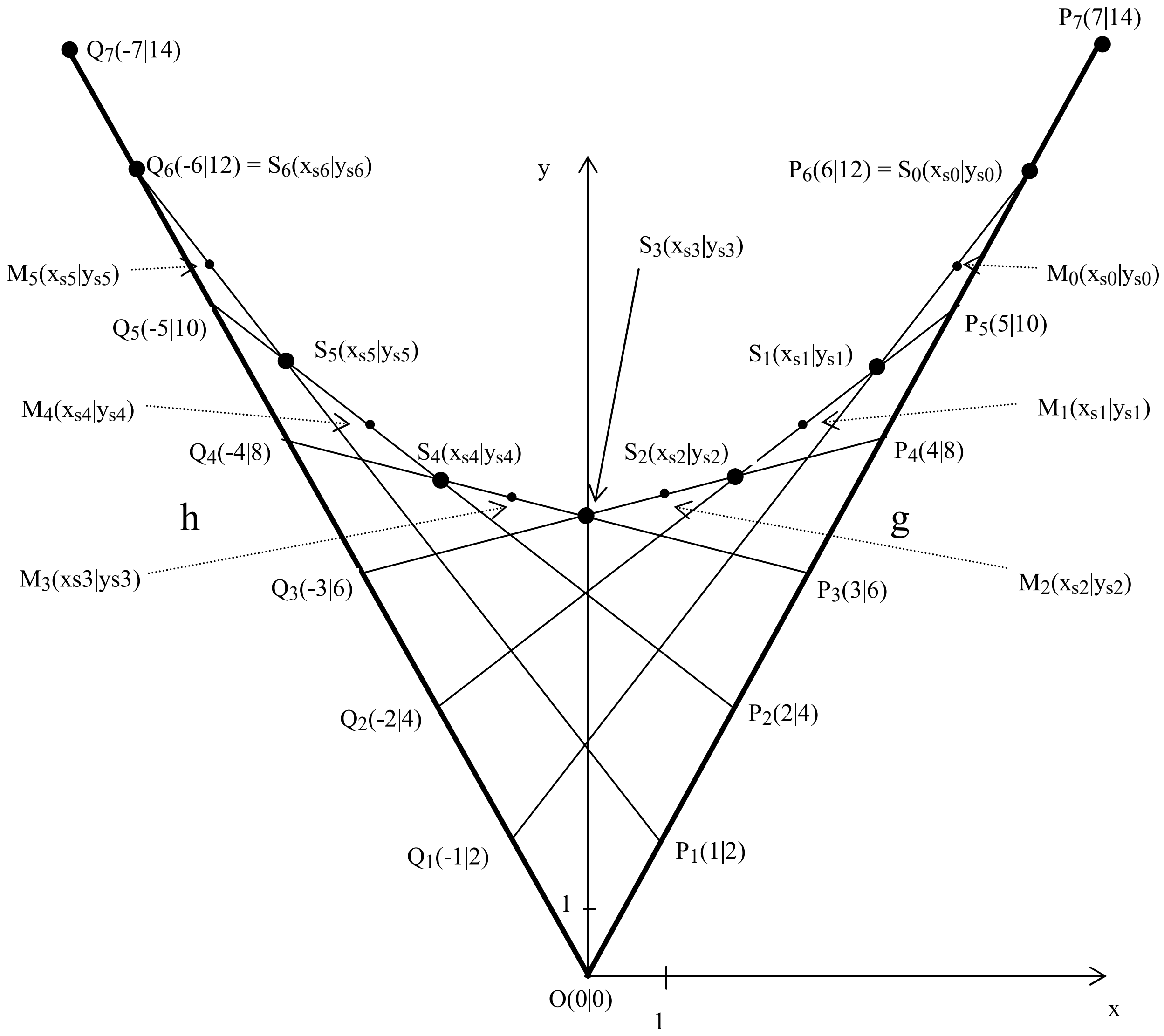
3 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1

Bem: exakte Lösungen angeben (also z.B. 1/3 statt 0,33)

1) Zeigen Sie, dass sich alle Punkte
$S_0(x_{s0} \mid y_{s0})$, $S_1(x_{s1} \mid y_{s1})$, $S_2(x_{s2} \mid y_{s2})$, $S_3(x_{s3} \mid y_{s3})$, $S_4(x_{s4} \mid y_{s4})$, $S_5(x_{s5} \mid y_{s5})$,
$S_6(x_{s6} \mid y_{s6})$ in der Zeichnung unten auf einer Parabel K_{p1} 2. Ordnung befinden.

2) M_0 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_0 und S_1,
M_1 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_1 und S_2,
M_2 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_2 und S_3,
...
Zeigen Sie, dass sich alle Punkte
$M_0(x_{m0}|y_{m0})$, $M_1(x_{m1}|y_{m1})$, $M_2(x_{m2}|y_{m2})$, $M_3(x_{m3}|y_{m3})$, $M_4(x_{m4}|y_{m4})$, $M_5x_{m5}|y_{m5})$ in der Zeichnung unten auf einer Parabel K_{p2} 2. Ordnung befinden.

3) Zeichnen Sie - ähnlich der unteren Zeichnung - die Zeichnung mit 8 Punkten auf g bzw. h und mit der gleichen Geradensteigungen wie g und h und lösen Sie dann die Aufgabe wie bei 1) und 2).



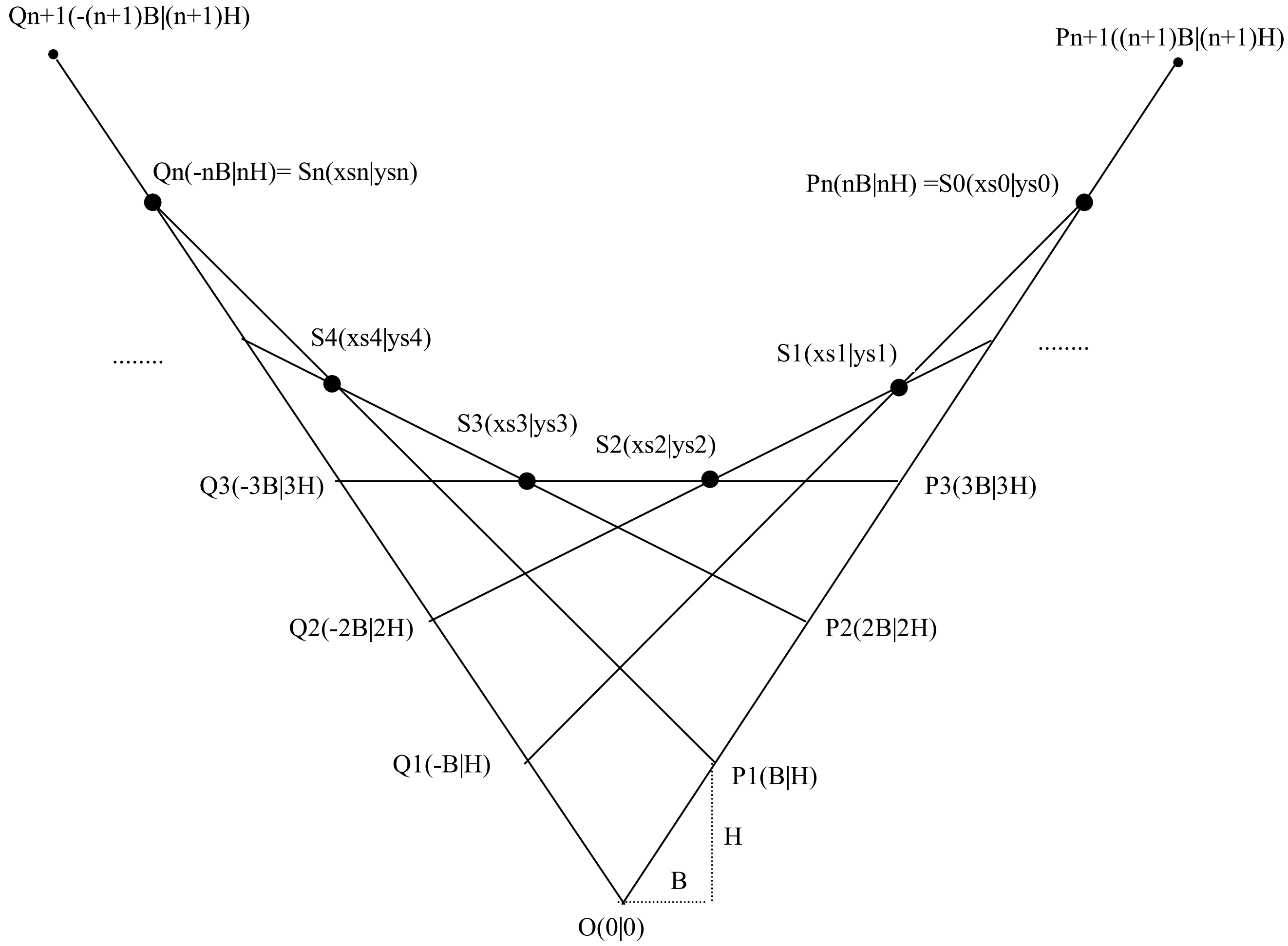
4) Gilt folgendes:
$g_1 = (Q_1P_6)$ ist Tangente der Parabel in M_0 , $g_2 = (Q_2P_5)$ ist Tangente der Parabel in M_1
$g_3 = (Q_3P_4)$ ist Tangente der Parabel in M_2 , $g_4 = (Q_4P_3)$ ist Tangente der Parabel in M_3
$g_5 = (Q_5P_2)$ ist Tangente der Parabel in M_4 , $g_6 = (Q_6P_1)$ ist Tangente der Parabel in M_5

Lösungen:

$S_1(4|\frac{64}{7}),\ S_2(2|\frac{52}{7}),\ S_3(0|\frac{48}{7}),\ p1(x)=\frac{1}{7}x^2+\frac{48}{7}\ ,\ \ p2(x)=\frac{1}{7}x^2+7$

4 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1 - NUR FÜR INTERESSIERTE

Zeichnung:



Aufgabe
Vom Ursprung O(0|0) eines Koordinatensystems zeichnet man zwei gleich lange bezüglich der y-Achse symmetrische Strecken ein und teilt diese jeweils in n+1 gleiche Teilstrecken. Das zu einer Teilstrecke zugehörige Steigungsdreieck hat die Höhe H und die Breite B. Vom äussersten Punkt $P_{n+1}((n+1)B|(n+1)H)$ ausgehend zeichnet man die folgenden Geraden g_i ein:

Bemerkung:
$P_0 = Q_0 = O(0|0)$

$g_0 = (P_{n+1}\ Q_0)$
$g_1 = (P_n\ Q_1)$
$g_2 = (P_{n-1}\ Q_2)$
…
$g_{n+1} = (P_0\ Q_{n+1})$

Diese Strecken schneiden sich in den folgenden Punkten:
$S_0 = g_0 \cap g_1$
$S_1 = g_1 \cap g_2$
$S_2 = g_2 \cap g_3$
…
$S_n = g_n \cap g_{n+1}$

Zeigen Sie, daß diese Punkte S_1, S_2, S_3, ..., S_n auf einer Parabel zweiter Ordnung liegen, für die gilt:
$y = ax^2 + c$
Bestimmen Sie a in Abhängigkeit von H, B und n
Bestimmen Sie c in Abhängigkeit von H und n

Zusatzaufgabe:
M_0 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_0 und S_1,
M_1 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_1 und S_2,
M_2 ist der Mittelpunkt der Strecke zwischen S_2 und S_3,
...
Zeigen Sie, dass sich alle Punkte
$M_0(x_{m0}|y_{m0})$, $M_1(x_{m1}|y_{m1})$, $M_2(x_{m2}|y_{m2})$, ... auf einer Parabel K_{p2} 2. Ordnung befinden.

5 ÜBUNGSAUFGABEN MESK 2BKI1

1) Ermitteln sie durch Polynomdivision:

$(x+1)^4 : (x+1) =$

$(x+1)^3 \cdot (x-1) : (x+1) =$

$(x+1)^2 \cdot (x-1)^2 : (x+1)^2 =$

$(2x+1)^2 \cdot (3x-1)^2 : (3x-1) =$

$(2x+1)^3 \cdot (2x-3) : (2x-3) =$

Lösung:

$(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) : (x+1) =$

$(x^4 + 2x^3 - 2x - 1) : (x+1) =$

$(x^4 - 2x^2 + 1) : (x^2 + 2x + 1) =$

$(24x^4 + 28x^3 + 6x^2 - 3x - 1) : (3x-1) =$

$(16x^4 - 24x^2 - 16x - 3) : (2x-3) =$

2) Bestimmen Sie durch Probieren und durch Polynomdivision die Lösungen der folgenden Gleichungen:

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

$2x^3 + 17x^2 + 7x - 8 = 0$

$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$4x^3 - 16x^2 - x + 4 = 0$

$-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}x + 2 = 0$

$x^3 + 5x^2 - 17x - 21 = 0$

Lösung:

1)

$(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) : (x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x^4 + 2x^3 - 2x - 1) : (x+1) = x^3 + x^2 - x - 1$

$(x^4 - 2x^2 + 1) : (x^2 + 2x + 1) = (x^2 - 2x + 1)$

$(24x^4 + 28x^3 + 6x^2 - 3x - 1) : (3x-1) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

$(16x^4 - 24x^2 - 16x - 3) : (2x-3) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$