

Name, Vorname:

Hilfsmittel:  
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben. Wenn nötig, Zeichnung machen.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B:  $3t$  statt  $2t+t$  und  $M$  statt  $M \setminus \{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B:  $1/3$  nicht  $0,333$ ) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel:  $1/4$   $2/4$   $3/4$   $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

## AUFGABEN

1) 2P

Eine Gerade geht durch die 2 Punkte  $P_1(3 | 4)$  und  $P_2(3 | 8)$ .  
Wie heißt die Gleichung dieser Gerade?

2) 2P

Eine Gerade geht durch die 2 Punkte  $P_1(2 | 5)$  und  $P_2(3 | 5)$ .  
Wie heißt die Gleichung dieser Gerade?

3) 3P

Geben Sie Schnittpunkte der Kurve  $K_f$  mit  $f(x) = (x-2) \cdot (x+3) \cdot (2x+8)$  mit der x-Achse an.

4) 4P

Geben Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden LGS an:

a)	b)	c)	d)
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & -3 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & -8 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 3 \\ 0 & 1 & -8 & 9 \end{pmatrix}$

5) 2P

Die Normalparabel wird um 2 nach links und 3 nach oben verschoben.  
Wie heißt die Funktionsgleichung dieser verschobenen Normalparabel?

6) 5P

Ermitteln Sie (mathematische oder verbale Begründung):

a)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$     b)  $\int_0^{\pi} \sin(x) dx$     c)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx$     d)  $\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$     e)  $\int_{-1}^1 x^3 dx$

7) 2P

Geben Sie 2 Lösungen für a an:  $\int_0^a \sin(x) dx = 0$

8) 4P

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^4 + 4x^3$ ,  $K$  ist Schaubild von  $f$ .  
 Zeige rechnerisch:  $K$  hat an der Stelle  $x = 0$  keinen Extrempunkt.  
 Bem:  $f'$  verläuft in einer Umgebung des Ursprungs oberhalb der  $x$ -Achse

9) 6P

Bestimmen Sie:

$$\ln e^5 =$$

$$\ln \frac{1}{e^3} =$$

$$\ln e^{-a} =$$

$$\ln(-2e) =$$

$$e^{\ln 3} =$$

$$2 \cdot \ln e - 5 =$$

10) 4P

Geben Sie Schnittpunkte der folgenden Kurven mit der  $x$ -Achse an:

a.)  $f(x) = e^{\frac{x}{2}-1} - 2$ ;      b.)  $g(x) = -2e^x + \frac{1}{2}x \cdot e^x$ ;

11) 6P

Bestimmen Sie jeweils eine Lösung:

a)  $\cos(x) = 2$

b)  $\cos(\pi x) = 1$

c)  $\sin(2x + 0,5\pi) = 1$

12) 2P

Die Kurve  $K_f$  mit  $f(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$  wird um  $\pi$  nach rechts und um 1 nach unten verschoben.

Wie heißt die Funktionsgleichung  $g(x)$  dieser verschobenen Kurve?

13) 4P

Um welchen Wert  $y_0$  muss die Sinuskurve der Form  $y = a \sin(kx)$  jeweils in  $x$ -Richtung minimal um  $x_0$  nach rechts und links in  $x$ -Richtung verschoben werden, so dass die verschobene Kurve jeweils die folgende Funktionsgleichung besitzt ?

$$f(x) = 2 \sin(0,5x - 103,5\pi)$$

14) 3P

Berechnen Sie den Winkel zwischen den folgenden 2 Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

15) 3P

Bestimmen Sie die Geradengleichung in Parameterform der folgenden Geraden im 3D:

a)  $x_1$ -Achse

b)  $x_2$ -Achse

c)  $x_3$ -Achse

Lösungen:

1)  $x = 3$

2)  $y = 5$

3)  $P_1(2 \mid 0)$ ,  $P_2(-3 \mid 0)$ ,  $P_3(-4 \mid 0)$

4)

a)  $L = \{(4;5;6)\}$

b)  $L = \{\}$

c)

$$x_1 = 5 + 4 \cdot x_2$$

$$L = \{(x_1; x_2) \mid 5 + 4 \cdot x_2 \wedge x_2 \in \mathbb{R}\}$$

d)

$$x_1 = 3 + 7 \cdot x_3$$

$$x_2 = 9 + 8 \cdot x_3$$

$$L = \{(x_1; x_2; x_3) \mid 3 + 7 \cdot x_3 \wedge 9 + 8 \cdot x_3 \wedge x_3 \in \mathbb{R}\}$$

5)

$$f(x) = (x+2)^2 + 3$$

6)

$$a) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx = \left[ \sin(x) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

$$b) \int_0^{\pi} \sin(x) dx = 2$$

$$c) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = 0$$

$$d) \int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx = -1$$

$$e) \int_{-1}^1 x^3 dx = 0$$

7)

$$a_1 = 2\pi; a_2 = 4\pi$$

8)

a) notwendige Bedingung Extrempunkt:  $f'(x)=0$ :

$$f'(x) = -4x^3 + 12x^2; -4x^3 + 12x^2 = 0 \Leftrightarrow -4x^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 0; x_3 = 3;$$

hinreichende Bedingung:  $f''(0) \neq 0$ :

$$f''(x) = -12x^2 + 24x$$

$$f''(0) = 0, \text{ also keine Aussage möglich.}$$

Da  $f'$  an der Stelle 0 keinen VZW macht, befindet sich an dieser Stelle weder ein Tiefpunkt noch ein Hochpunkt.

9)

$$\ln e^5 = 5$$

$$\ln \frac{1}{e^3} = -3$$

$$\ln e^{-a} = -a$$

$$\ln(-2e) = \text{nicht definiert}$$

$$e^{\ln 3} = 3$$

$$2 \ln e - 5 = -3$$

10)

a)

$$0 = e^{\frac{-x}{2}-1} - 2 \Leftrightarrow e^{\frac{-x}{2}-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{-x}{2} - 1 = \ln 2 \Leftrightarrow x = -2 \ln 2 - 2$$

$$b) 0 = -2e^x + \frac{1}{2}x \cdot e^x \Leftrightarrow 0 = -2 + \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x = 4$$

11)

$$a) L = \{\}$$

$$b) \cos(\pi x) = 1 \Rightarrow \pi x = 2\pi \Rightarrow x = 2$$

$$c) \sin(2x + 0,5\pi) = 1 \Rightarrow 2x + 0,5\pi = 0,5\pi \Rightarrow x = 0$$

12)

$$g(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(x-\pi)\right) - 1$$

13)

$$f(x) = 2 \sin(0,5x - 103,5\pi)$$

$$\text{Periode der Kurve} = 2\pi / 0,5 = 4\pi$$

$$f(x) = 2 \sin(0,5x - 103,5\pi) = 2 \sin(0,5(x - 207\pi)) = 2 \sin(0,5(x - 207\pi + 4\pi \cdot 51)) =$$

$$2 \sin(0,5(x - 207\pi + 204\pi)) = 2 \sin(0,5(x - 3\pi))$$

$$r = 3\pi$$

$$l = \pi$$

14)

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}}{\left\| \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{-5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 0 \cdot 0}{\left\| \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

15)

$$\text{x}_1\text{-Achse:} \quad \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}$$

$$\text{x}_2\text{-Achse:} \quad \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}$$

$$\text{x}_3\text{-Achse:} \quad \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}$$