

Name, Vorname:

Hilfsmittel:
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

- 1) Welche 3 Möglichkeiten gibt es, eine Menge darzustellen ?
- 2) Was versteht man unter der Differenzmenge $C \setminus D$?
- 3) Geben Sie je ein Beispiel für eine Aussage, eine Aussageform und eine Äquivalenzumformung.
- 4) Welcher mengentheoretische Zusammenhang besteht zwischen der Grundmenge G , der Definitionsmenge D und der Lösungsmenge L ?
Keine verbalen Erklärungen ! Benutzen Sie stattdessen die Fachsprache der Mengenlehre.
- 5) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$
Welche folgenden Gebilde sind sinnlos, wahr, falsch ?
a) $A \vee B$ b) $3 \in B$ c) $3 \cup 5$ d) $2 \in 20$ e) $A \in B$ f) $B \subset A$ g) $7,6 \notin A$ h) $\{4\} \subset A$
- 6) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$. Bestimmen Sie:
a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$
- 7) Vereinfachen Sie die folgenden Terme:

a)
$$\frac{ax^2 - ay^2}{x + y}$$

b)
$$\frac{a - b}{b - a}$$

Die Grundmenge G bei den folgenden Gleichungen ist: $G = \mathbb{R}$ = Menge der reellen Zahlen.
Bestimmen Sie die Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L folgender Gleichungen:
Machen Sie bei jeder Aufgabe - falls die Lösungsmenge nicht leer bzw. nicht unendlich groß ist - die Probe.

$$8) \quad \frac{7x}{10} - \frac{2}{5} = \frac{x}{2}$$

$$9) \quad \frac{1}{x-3} - 2 = \frac{1}{2(x-3)}$$

$$10) \quad \frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} = 1$$

$$11) \quad \frac{2x+4}{x+2} = \frac{6(x+2)}{3x+6}$$

Lösungen:

1) aufzählende Form, beschreibende Form, Venn-Diagramme.

$$2) C \setminus D = \{x \mid x \in C \wedge x \notin D\}$$

3) $3 = 6$ ist eine Aussage; $x + x = 3x$ ist eine Aussageform;
 $2x + 4 = 10x \Leftrightarrow 4 = 8x$ ist eine Äquivalenzumformung

$$4) L \subset D \subset G$$

5)

a) sinnlos b) falsch c) sinnlos d) sinnlos e) falsch f) falsch g) wahr h) wahr

6)

a) \mathbb{R} b) $\{5\}$ c) $A \setminus \{5\}$ oder auch $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$ d) $B \setminus \{5\}$ oder auch $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$

7) Vereinfachen Sie die folgenden Terme:

$$a) = a(x^2 - y^2)/(x + y) = a(x - y)(x + y)/(x + y) = a(x - y)$$

$$b) -1$$

$$8) D = \mathbb{R}$$

$$\frac{7x}{10} - \frac{2}{5} = \frac{x}{2} \quad | \cdot 10$$

$$7x - 4 = 5x$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$L = \{2\}$$

$$10) D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} = 1 \quad | \cdot x(x-1)$$

$$x - 1 + x^2 = x(x - 1)$$

$$x - 1 + x^2 = x^2 - x$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

$$L = \{0,5\}$$

$$9) D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$\frac{1}{x-3} - 2 = \frac{1}{2(x-3)} \quad | \cdot 2(x-3)$$

$$2 - 4(x-3) = 1$$

$$2 - 4x + 12 = 1$$

$$4x = 13$$

$$x = 13/4$$

$$L = \{13/4\}$$

$$11) D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$\frac{2x+4}{x+2} = \frac{6(x+2)}{3x+6} \quad | \cdot 3(x+2)$$

$$3(2x+4) = 6(x+2)$$

$$6x + 12 = 6x + 12$$

$$6x = 6x$$

$$L = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

Die Grundmenge G bei den folgenden Gleichungen ist: $G = \mathbb{R}$ = Menge der reellen Zahlen.
Bestimmen Sie die Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L folgender Gleichungen:

1) $-2x^2 + 10x - 14 = -6$

2) $\frac{10x}{x-3} - 2 = \frac{6x}{3x-9}$

3) $\frac{x^2}{2x-4} - \frac{2x}{4-2x} = \frac{-0,5}{x-2}$

4) $\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x-1} = \frac{-10}{3}$

5) $x - \frac{x^3}{(x+2)^2} = \frac{12}{25}$

6) Lösen Sie durch quadratische Ergänzung und ohne "Mitternachtsformel":

a) $x^2 + 1,5x - \frac{3}{8} = 0$

b) $-\frac{1}{30}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{7}{6} = 0$

c) $x^2 - 17x + \frac{355}{4} = 0$

Lösungen

1) $D = R$

$$-2x^2 + 10x - 14 = -6 \quad |: -2$$

$$-2x^2 + 10x - 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 4, \quad x_1 = 1$$

$$\underline{\underline{L = \{1; 4\}}}$$

2) $D = R \setminus \{3\}$

$$\frac{10x}{x-3} - 2 = \frac{6x}{3x-9} \quad | \quad HN = 3(x-3)$$

$$30x - 6(x-3) = 6x$$

$$30x - 6x + 18 = 6x$$

$$18x = -18$$

$$x = -1$$

$$\underline{\underline{L = \{-1\}}}$$

3) $D = R \setminus \{2\}$

$$\frac{x^2}{2x-4} - \frac{2x}{4-2x} = \frac{-0,5}{x-2} \quad | \quad HN = 2(x-2)$$

$$x^2 - \frac{2x \cdot 2(x-2)}{2(2-x)} = -1$$

$$x^2 + 2x = -1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

$$\underline{\underline{L = \{-1\}}}$$

4) $D = R \setminus \{1; -1\}$

$$\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x-1} = \frac{-10}{3} \quad | \quad HN = 3(x+1)(x-1)$$

$$3x(x-1) - 6x(x+1) = -10(x+1)(x-1)$$

$$3x^2 - 3x - 6x^2 - 6x = -10(x^2 - 1)$$

$$-3x^2 - 3x - 6x = -10x^2 + 10$$

$$7x^2 - 9x - 10 = 0$$

$$\underline{\underline{L = \{2; -\frac{5}{7}\}}}$$

5) $D = R \setminus \{-2\}$

$$x - \frac{x^3}{(x+2)^2} = \frac{12}{25} \quad | \quad HN = 25(x+2)^2$$

$$25x(x+2)^2 - 25x^3 = 12(x+2)^2$$

$$25x(x^2 + 4x + 4) - 25x^3 = 12(x^2 + 4x + 4)$$

$$25x^3 + 100x^2 + 100x - 25x^3 = 12x^2 + 48x + 48$$

$$88x^2 + 52x - 48 = 0 \quad |: 4$$

$$22x^2 + 13x - 12 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 22 \cdot (-12)}}{44} = \frac{-13 \pm 35}{44}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = -\frac{12}{11}$$

$$\underline{\underline{L = \{\frac{1}{2}; -\frac{12}{11}\}}}$$

6a) $D = R$

$$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{8} = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4}x - \frac{3}{8} = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4}x = \frac{3}{8}$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$$

$$x + \frac{3}{4} = \sqrt{\frac{15}{16}} \quad \vee \quad x + \frac{3}{4} = -\sqrt{\frac{15}{16}}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}; \quad x_2 = -\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\underline{\underline{L = \{\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}; -\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}\}}}$$

Probe: siehe unten

$$6b) \underline{\underline{D = R}}$$

$$-\frac{1}{30}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{7}{6} = 0 \quad | \cdot -30$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x = 35$$

$$x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 = 35 + 1^2$$

$$(x+1)^2 = 36$$

$$x+1 = 6 \vee x+1 = -6$$

$$x_1 = 5 ; x_2 = -7$$

$$\underline{\underline{L = \{5 ; -7\}}}$$

$$6c) \underline{\underline{D = R}}$$

$$x^2 - 17x + \frac{355}{4} = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{17}{2}x = -\frac{355}{4}$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{17}{2} \cdot x + \left(\frac{17}{2}\right)^2 = -\frac{355}{4} + \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{17}{2}\right)^2 = -\frac{355}{4} + \frac{289}{4} = -16,5 < 0$$

$$\underline{\underline{L = \{\}}}$$

Zu 6a)

$$a1) \text{ Probe für } \frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}:$$

$$\left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{15}{16} - 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{3\sqrt{15}}{8} - \frac{9}{8} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{15}{16} - \frac{6\sqrt{15}}{16} + \frac{9}{16} + \frac{3\sqrt{15}}{8} - \frac{12}{8} =$$

$$\frac{15 - 6\sqrt{15} + 9 + 6\sqrt{15} - 24}{16} = \frac{0}{16} = 0$$

a2)

$$\text{Probe für } \frac{\sqrt{15}}{4} + \frac{3}{4}:$$

selber machen !

KLAUSUR 1 Mathematik 2BK11 Nachtermin Zeit: 90 Minuten

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkungen:

--> Lösen Sie alle folgenden Aufgaben mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus.

--> Geben Sie **immer** die Lösungsmenge an.

1)

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 4x_2 + x_3 & = & 2 \\ 2x_2 - 4x_3 & = & 6 \\ 3x_2 - 7x_3 & = & 5 \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 2 \\ 2x_2 - 4x_3 & = & 1 \\ 3x_2 - 6x_3 & = & 1,5 \end{array}$$

3)

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 2 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = & 6 \\ & - & 4x_3 = 8 \end{array}$$

4)

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + x_3 & = & 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 6 \end{array}$$

5)

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 3x_2 + 2x_3 & = & 2 \\ 3x_2 - 2x_3 & = & 1 \\ - 6x_2 + 4x_3 & = & 3 \end{array}$$

6)

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 & = & 1 \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 & = & 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 14x_3 & = & 13 \end{array}$$

7) Die Summe dreier positiver, ganzer Zahlen ist 12 und das Produkt ist 48.

Wie groß sind die 3 Zahlen ?

a) Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus.

Geben Sie die Lösungsmenge an.

Warum gibt es laut Gaußschen Algorithmus mehrere Lösungen ?

b) Geben Sie eine konkrete Lösung für das Zahlenrätsel an.

Lösungen:

1)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
1	-4	1	2	G1	0
0	2	-4	6	G2	4
0	3	-7	5	G3	1
1	-4	1	2	G4=G1	0
0	2	-4	6	G5=G2	4
0	0	-1	-4	G6=-1,5*G2+G3	-5

$$-x_3 = -4, \quad x_3 = 4$$

$$2x_2 - 4 \cdot 4 = 6$$

$$x_2 = 11$$

$$x_1 - 4 \cdot 11 + 4 = 2$$

$$x_1 = 40$$

$$L = \{ (40, 11, 4) \}$$

2)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
1	2	-1	2	G1	4
0	2	-4	1	G2	-1
0	3	-6	1,5	G3	-1,5
1	2	-1	2	G4=G1	4
0	2	-4	1	G5=G2	-1
0	0	0	0	G6=-1,5*G2+G3	0

$$2x_2 - 4x_3 = 1$$

$$x_2 = (1 + 4x_3)/2 = 1/2 + 2r$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$x_1 + 1 + 4r - r = 2$$

$$x_1 = 1 - 3r$$

$$L = \{ (1-3r; 1/2+2r) \mid r \in \mathbb{R} \}$$

3)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
1	2	-1	2	G1	4
1	2	-3	6	G2	6
0	0	-4	8	G3	4
1	2	-1	2	G4=G1	4
0	0	-2	4	G5=-G1+G2	2
0	0	-4	8	G6=G3	4
1	2	-1	2	G7=G4	4
0	0	-2	4	G8=G5	2
0	0	0	0	G9=-2*G5+G6	0

$$-2x_3 = 4, \quad x_3 = -2$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 + 2 = 2, \quad x_1 = -2x_2$$

$$x_1 = -2r$$

$$L = \{ (-2r; r; -2) \mid r \in \mathbb{R} \}$$

4)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
1	1	1	3	G1	6
1	2	3	6	G2	12
1	1	1	3	G3=G1	5
0	1	2	3	G4=-G1+G2	6

$$x_2 + 2x_3 = 3$$

$$x_2 = 3 - 2r$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 3 - 2r + r = 3$$

$$x_1 = r$$

$$L = \{(r; 3-2r; r) \mid r \in \mathbb{R}\}$$

5)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
1	-3	2	2	G1	2
0	3	-2	1	G2	2
0	-6	4	3	G3	1
1	-3	2	2	G4=G1	2
0	3	-2	1	G5=G2	2
0	0	0	5	G6=2*G2+G3	5

$$L = \{\}$$

6)

x_1	x_2	x_3	b	Op	KS
2	-3	4	1	G1	4
3	1	-5	7	G2	8
4	5	-14	13	G3	8
2	-3	4	1	G4=G1	4
0	11	-22	11	G5=-3*G1+2*G2	0
0	11	-22	11	G6=-2*G1+G3	0
2	-3	4	1	G7=G4	4
0	11	-22	11	G8=G5	0
0	0	0	0	G9=G5+G6	0

$$11x_2 - 22x_3 = 11$$

$$x_2 = 1 + 2x_3$$

$$x_2 = 1 + 2r$$

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1$$

$$2x_1 - 3(1 + 2r) + 4r = 1$$

$$x_1 = 2 + r$$

$$L = \{(2+r; 1+2r; r)\}$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

1) Gegeben sind die folgenden Funktionsgleichungen.

$$f(x) = 2x + 1 \quad g(x) = x^2 + x$$

Berechnen Sie:

$$f(2x); f(2x+1); f(x^2); f(1+x); g(1+3x); g(2-x); g(a+b); g(1+x);$$

Bemerkung: Die sich ergebenden Terme müssen nicht vereinfacht werden !

2) Gegeben sind die Funktionen f_1, f_2 (Die Definitionsmenge und die Zielmenge ist jeweils \mathbb{R}) mit den Funktionsgleichungen

$$f_1(x) = \frac{5}{3}x - 1$$

$$f_2(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

- a) Zeichnen Sie das Schaubild K_{f_1} von f_1 und das Schaubild K_{f_2} von f_2 in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (x-Achse: $[-5; 4]$, y-Achse: $[-5; 5]$, LE = 1 cm)
- b) Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt der Schaubilder von f_1 und f_2
- c) Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt von K_{f_1} und der x-Achse.
- d) Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt von K_{f_2} und der x-Achse.
- e) Zeigen Sie rechnerisch ob gilt: $P_1(1,5 \mid 1,6) \in K_{f_1}$

Bemerkung:

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der Zeichnung.

Lösungen:

1)

$$f(2x) = 2(2x) + 1$$

$$f(2x+1) = 2(2x+1) + 1$$

$$f(x^2) = 2(x^2) + 1$$

$$f(1+x) = 2(1+x) + 1$$

$$g(1+3x) = (1+3x)^2 + 1+3x$$

$$g(2-x) = (2-x)^2 + 2-x$$

$$g(a+b) = (a+b)^2 + a+b$$

$$g(1+x) = (1+x)^2 + 1+x$$

2)

b) Schnittpunkt $S_1(x_s | y_s)$ liegt auf K_{f1} und K_{f2} . Für diesen gilt:

$y_s = f_1(x_s) = f_2(x_s)$, also:

$$\frac{5}{3}x_s - 1 = -\frac{3}{2}x_s + 3 \quad | \cdot 6$$

$$10x_s - 6 = -9x_s + 18$$

$$19x_s = 24$$

$$x_s = \frac{24}{19} \approx 1,26$$

$$y_s = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{19} - 1 = \frac{120 - 57}{57} = \frac{63}{57} = \frac{21}{19} \approx 1,1$$

also

$$S_1\left(\frac{24}{19} \mid \frac{21}{19}\right) \approx S_1(1,26 \mid 1,1)$$

c)

Schnittpunkt $S_2(x_s | 0)$ von K_{f1} mit der x-Achse. Für diesen gilt:

$f_1(x_s) = 0$, also:

$$\frac{5}{3}x_s - 1 = 0$$

$$x_s = 0,6$$

also: $S_2(0,6 \mid 0)$

d)

Schnittpunkt $S_3(x_s | 0)$ von K_{f2} mit der x-Achse. Für diesen gilt:

$f_2(x_s) = 0$, also:

$$-\frac{3}{2}x_s + 3 = 0$$

$$x_s = 2$$

also: $S_3(2 \mid 0)$

e) $P_1(1,5 \mid 1,6) \in K_{f1}$, also (Punktprobe):

$$1,6 = \frac{5}{3} \cdot 1,5 - 1$$

$1,6 = 1,5$ falsch, also:

$$P_1(1,5 \mid 1,6) \notin K_{f1}$$

Reserveaufgabe:

x) Eine Klassenarbeit wird durch einen linearen Punkteschlüssel korrigiert:

Das bedeutet, dass 50 Punkte mit der Note 1 und 0 Punkte mit der Note 6 bewertet werden.

a) Zeichnen Sie ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in dem auf der senkrechten Achse die Note y und auf der horizontalen Achse die Anzahl x der erreichten Punkte eingetragen werden.

(x -Achse: $[-1; -11]$, y -Achse: $[-1; -7]$, LE: 5 Punkte = 1 cm, Eine Note = 1 cm).

Verbinden Sie die Punkte $N_1(50, 1)$ und $N_6(0, 6)$ durch die Gerade g .

b) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g ?

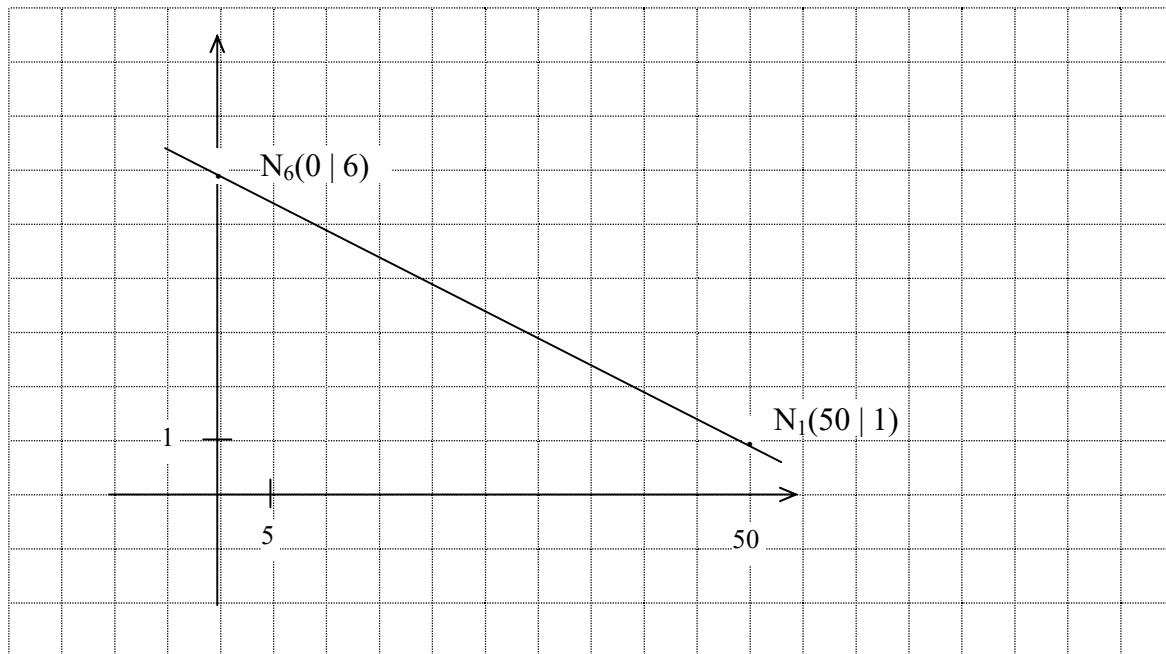
Bem: Das Ergebnis $y = (60 - x) / 10$ muß bei 2c) und 2d) verwendet werden.

c) Welche Note ergeben 28 erreichte Punkte.

Berechnen Sie dies mit Hilfe der Funktionsgleichung der Geradengleichung.

d) Wieviel Punkte bekommt man für die Note 2,4 ?

Berechnen Sie dies mit Hilfe der Funktionsgleichung der Geradengleichung.



Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

1)

Was bedeutet Ableitung anschaulich (geometrisch) Erklären Sie das an einem Beispiel.

2)

Bilden Sie von der folgenden Funktion h mit Hilfe der Limesbildung die Ableitung:

$$h(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$$

3)

a) Wie heißt die Ableitung der Funktion

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

b) Bilden Sie von der obigen Funktion h die Ableitung, indem Ihre Kenntnis von der Ableitung der Funktion

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

benutzen.

Genaue Begründung !

4)

a) Zeichnen Sie das Schaubild K_g der folgenden Funktion g im Intervall $[-2, 2]$

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$$

b) Geben Sie den Punkt an P , in dem die Funktion g die Steigung 1 hat.

Begründen Sie rein rechnerisch !

Lösung:

1)

Die Ableitung $f'(x)$ gibt die Steigung der Kurve K_f an der Stelle x an.

2)

Bilden Sie von der folgenden Funktion h mit Hilfe der Limesbildung die Ableitung:

$$h(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$$

4)

$$\begin{aligned} h'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(x + \Delta x)^2 + 3(x + \Delta x) + 4 - (2x^2 + 3x + 4)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4x\Delta x + 2\Delta x^2 + 3x + 3\Delta x + 4 - 2x^2 - 3x - 4}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{4x\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(4x + 2\Delta x + 3)}{\Delta x} = (da \ \Delta x \neq 0) \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 4x + 2\Delta x + 3 = 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\text{Damit : } h'(x) = 4x + 3$$

3)

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f'(x) = 2a \cdot x + b$$

Wähle:

$$a = 2, b = 3, c = 4$$

dann:

$$f(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$$

$$f'(x) = 2 \cdot 2 \cdot x + 3 = 4x + 3$$

4)

$$g(x) = 0,25 x^2 + 1$$

$$g'(x) = 0,5 x$$

Sei $P(x_p | y_p)$ der Punkt mit der Steigung 1.

Dann gilt:

$$g'(x_p) = 0,5 \cdot x_p \text{ und } g'(x_p) = 1, \text{ also:}$$

$$0,5 \cdot x_p = 1$$

$$x_p = 2$$

Da $g(2) = 0,25 \cdot 2^2 + 1 = 2$, gilt:

$$P(2 | 2)$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

1)

Bilden Sie von der folgenden Funktion h mit Hilfe der Limesbildung die Ableitung:

$$h(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$$

2)

a) Bilden Sie von der folgenden Funktion f mit Hilfe der Limesbildung die Ableitung:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c, \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$$

b) Bestätigen Sie das Ergebnis von 1) mit Hilfe des allgemeineren Ergebnisses von 2a).

3)

a) Zeichnen Sie das Schaubild K_g der folgenden Funktion g im Intervall $[-2, 2]$

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$$

b) Was gibt $g'(2)$ konkret an, d.h. was bedeutet $g'(2)$ anschaulich (geometrisch) ?
Erklären Sie das auch an dem Schaubild K_g !

c) Geben Sie den Punkt P an, in dem die Funktion g die Steigung 1 hat.
Begründen Sie rein rechnerisch und bestätigen Sie dies an der Zeichnung.

Lösungen:

1)

$$\begin{aligned}h'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(x + \Delta x)^2 + 3(x + \Delta x) + 4 - (2x^2 + 3x + 4)}{\Delta x} = \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4x\Delta x + 2\Delta x^2 + 3x + 3\Delta x + 4 - 2x^2 - 3x - 4}{\Delta x} = \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{4x\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(4x + 2\Delta x + 3)}{\Delta x} = (da \ \Delta x \neq 0) \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 4x + 2\Delta x + 3 = 4x + 3\end{aligned}$$

2) a)

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{a(x + \Delta x)^2 + b(x + \Delta x) + c - (ax^2 + bx + c)}{\Delta x} = \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + 2ax\Delta x + a\Delta x^2 + bx + b\Delta x + c - ax^2 - bx - c}{\Delta x} = \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2ax\Delta x + a\Delta x^2 + b\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2ax + a\Delta x + b)}{\Delta x} = (da \ \Delta x \neq 0) \\&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2ax + a\Delta x + b = 2ax + b\end{aligned}$$

b)

$$a = 2, \quad b = 3, \quad c = 4$$

$$h(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4, \text{ also:}$$

$$h'(x) = 2 \cdot ax + b = 4x + 3$$

3)

b) $g'(2)$ gibt die Steigung im Punkt mit der x-Koordinate 2 an. Das ist die Steigung der Tangente in diesem Punkt

c)

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{2}x$$

Sei $P(x_p \mid y_p)$ der Punkt mit der Steigung 1. Die Steigung im Punkt P ist einerseits

$$g'(x_p) = \frac{1}{2}x_p$$

und andererseits:

$$g'(x_p) = 1, \text{ also:}$$

$$0,5 x_p = 1$$

$$x_p = 2$$

Da $g(2) = 2$, gilt damit:

$$P(2 \mid 2)$$

KLAUSUR 5 Mathematik 2BK11 Nachtermin Zeit: 90 Minuten

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

1)

a) Zeichnen Sie das Schaubild der folgenden Funktion, in jeweils dem Bereich, in dem interessanten Punkte (Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkte, Wendepunkte) vorkommen. Untersuchen Sie das Schaubild bzgl:

b) Symmetrie

c) Achsenschnittpunkte

d) Ableitungen

e) Extrempunkte

f) Wendepunkte

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2(x^2 - 4)$$

4 Achsenschnittpunkte, 2 Extrempunkte, 1 Wendepunkt

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaue Ergebnisse (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Mit genauen Werten der Zwischenergebnisse muß bis zum Endergebnis weitergerechnet werden. Das Endergebnis kann dann zusätzlich gerundet werden (mit dem Zeichen \approx)
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

1) a)

Skizzieren Sie die Schaubilder der beiden folgenden Funktionen im Definitionsbereich $D = [-1 ; 1]$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$h(x) = x^2 - 2x + 3$$

b) An welcher x-Stelle haben die y-Werte der Schaubilder dieser Funktionen im Definitionsbereich $D = [-1 ; 1]$ die kleinste positive Differenz (größerer y-Wert minus kleinerer y-Wert) ?

c) Berechnen Sie den Scheitelpunkt der Funktion h

Lösungen

1) a)

Zielfunktion:

$$d(y_1, y_2) = y_2 - y_1$$

Nebenbedingung:

$$y_1 = \frac{1}{4}x^2$$

$$y_2 = x^2 - 2x + 3$$

Reduktion auf 1 Variable:

$$d(x) = x^2 - 2x + 3 - \frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 3$$

Ableitungen:

$$d'(x) = \frac{3}{2}x - 2$$

$$d''(x) = \frac{3}{2}$$

Definitionsbereich:

$$D = [-1 ; 1]$$

Lokale Extremwerte $E(x_e \mid d_e)$:

$$d'(x_e) = 0:$$

$$\frac{3}{2}x_e - 2 = 0$$

$$x_e = \frac{4}{3}$$

$$x_e \notin D$$

Randwertuntersuchung:

$$d(-1) = \frac{3}{4} \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = \frac{23}{4}$$

$$d(1) = \frac{3}{4} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = \frac{7}{4}$$

Ergebnis:

Die minimale Differenz wird an der x-Stelle $x_e = 1$ mit $d_e = 1,75$ erreicht.

c)

$$h(x) = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 - 1 + 3 = (x-1)^2 + 2$$

also: $S(1|2)$

KLAUSUR 6 Mathematik 2BK11 Nachtermin Zeit: 90 Minuten

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

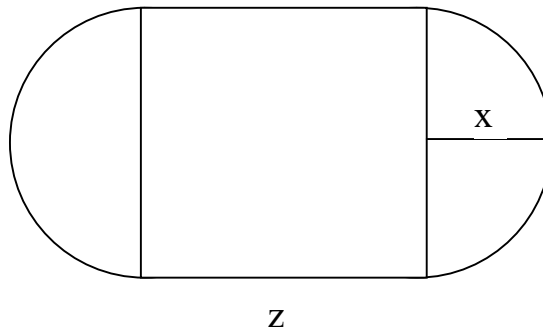
Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaue Ergebnisse (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Mit genauen Werten der Zwischenergebnisse muß bis zum Endergebnis weitergerechnet werden. Das Endergebnis kann dann zusätzlich gerundet werden (mit dem Zeichen \approx)
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

1)



Eine 400 m Laufbahn besteht aus 2 parallelen Strecken mit zwei angesetzten Halbkreisen. Für welchen Radius x der Halbkreise wird die rechteckige Spielfläche maximal ?

Lösungen

1)

Zielfunktion:

$$A(x, z) = 2x \cdot z$$

Nebenbedingung:

$$400 = 2z + 2\pi x$$

$$200 = z + \pi x$$

$$z = 200 - \pi x$$

Reduktion auf 1 Variable:

$$A(x) = 2x (200 - \pi x) = 400x - 2\pi x^2$$

Ableitungen:

$$A'(x) = 400 - 4\pi x$$

$$A''(x) = -4\pi$$

Definitionsbereich:

$$D = \left[0; \frac{200}{\pi}\right]$$

Lokale Extremwerte $E(x_e | A_e)$:

$$A'(x_e) = 0:$$

$$0 = 400 - 4\pi x_e$$

$$x_e = 100 / \pi \approx 31,83$$

$$x_e \in D$$

$$A\left(\frac{100}{\pi}\right) = 400 \cdot \frac{100}{\pi} - 2\pi \frac{10000}{\pi^2} = \frac{20000}{\pi} \approx 6366,2$$

Randwertuntersuchung:

$$A(0) = 0$$

$$A\left(\frac{200}{\pi}\right) = 2 \cdot \frac{200}{\pi} \left(200 - \pi \frac{200}{\pi}\right) = 0$$

Ergebnis:

Die maximale Fläche wird für $x = 100/\pi$ mit $A_e \approx 6366,2$ erreicht.

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner, beliebige Formelsammlungen, aber keine konkreten, gerechneten Beispiele.

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaue Ergebnisse (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Mit genauen Werten der Zwischenergebnisse muß bis zum Endergebnis weitergerechnet werden. Das Endergebnis kann dann zusätzlich gerundet werden (mit dem Zeichen \approx)
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

1) Da sich an der Müll-Eimer-Schule-Kirschschwein unter Dreck (MESK) in einem BKI-Raum der Abstand zwischen Boden und Decke auf 120 cm verringert hat (was nicht daran liegt, daß sich die Decke aufgrund baulicher Schäden gesetzt hat), haben sich Lehrer und Schüler die Köpfe angeschlagen, sind deswegen leistungsreduziert, leicht debil und extrem urlaubsbedürftig geworden.

Nach wieviel Jahren hat sich das Anfangskapital (der Klassenkasse, die für einen gemeinsamen Urlaub genutzt wird) verdreifacht, wenn es zu 10% Jahreszins auf einer Bank angelegt wurde ?

2) Ein Kirchheimer Kammerjäger hat aufgrund eines Großauftrags an einer Schule einen ansehnlichen Geldbetrag an einer Bank auf 15 Jahre angelegt. Wie groß ist der Prozentsatz, wenn sich dadurch das angelegte Kapital vervierfacht ?

3) Da aufgrund hygienischer Zustände eine Schulklasse auf Anordnung des Kirchheimer Ordnungsamts auf die Mülldeponie Blumentobel im Tiefenbachtal umgezogen ist, sind dort einige Leute heimisch geworden, haben sofort billige Grundstücke erworben und wollen nun im Blumentobel bauen.

Wie groß war das Anfangskapital, wenn das Endkapital (das für ein Baumhaus verwendet wird) nach 20 Jahren bei einem Zinssatz von 6 % auf 100000 Euro angewachsen ist ?

4) Da einige vierbeinige Baumtiere ihren Müll lange Zeit direkt von den Bäumen auf den Boden warfen, sind die Bäume mit der Zeit – relativ gesehen- rückwärts gewachsen und haben irgendwann den Boden eingeholt.

Da dadurch der gebückte Gang überflüssig wurde, lernten die Felltiere aufrecht zu gehen, gingen in die Schule und wurden von einem Bankangestellten zu einer Sparanlage (zwecks zukünftiger Anschaffung von Baumfrüchten) verführt.

Auf wieviel ist das Endkapital nach 20 Jahren, bei einem jährlichen Zinssatz von 7% und einem Anfangskapital von 18000 Euro angewachsen ?

Lösungen:

1) Nach wieviel Jahren hat sich das Anfangskapital (der Klassenkasse, die für einen gemeinsamen Urlaub genutzt wird) verdreifacht, wenn es zu 10% Jahreszins auf einer Bank angelegt wurde ?

$$3K_0 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^n \Leftrightarrow 3 = 1,1^n \Leftrightarrow n = \log_{1,1} 3 = \frac{\ln 3}{\ln 1,1} \approx 11,53$$

also: $n \approx 11,53$ Jahre

2) Wie groß ist der Prozentsatz, wenn sich nach 15 Jahren das angelegte Kapital vervierfacht ?

$$4K_0 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \Leftrightarrow 4 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \Leftrightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[15]{4} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = \sqrt[15]{4} - 1 \Leftrightarrow$$

$$p = (\sqrt[15]{4} - 1) \cdot 100 \approx 9,68$$

also: $p \approx 9,68$ %

3) Wie groß war das Anfangskapital, wenn das Endkapital nach 20 Jahren bei einem Zinssatz von 6 % auf 100000 Euro angewachsen ist ?

$$100000 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{20} \Leftrightarrow 100000 = K_0 \cdot 1,06^{20} \Leftrightarrow K_0 = \frac{100000}{1,06^{20}} \approx 31180,47$$

also: $K_0 \approx 31180,47$ Euro

4) Auf wieviel ist das Endkapital nach 20 Jahren, bei einem jährlichen Zinssatz von 7% und einem Anfangskapital von 18000 Euro angewachsen ?

$$K_{20} = 18000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^{20} = 18000 \cdot 1,07^{20} \approx 69654,32 \text{ Euro}$$

also: $K_{20} \approx 69654,32$ Euro